

Bild 1 Springfrosch

Sogenannte Saltospringer – kleine, in Spielzeugläden erhältliche Artikel – vermögen aus dem Stand einen oder mehrere Rückwärtssaltos zu vollbringen. Zwei etwas unterschiedliche Ausführungen sind mir bekannt. Bei dem Springfrosch wird eine Feder durch Zusammendrücken gespannt und mittels eines Saugnapfes gehalten. Nach einiger Zeit löst sich der Saugnapf und die in der Feder gespeicherte Energie reicht aus, um einen kompletten Salto auszuführen. Bei der zweiten Ausführung (Känguruh, Gorilla, Maus der japanischen Firma TOMY) befindet sich ein Federaufzugsmotor im Inneren, der wiederum eine zweite Feder spannt, die dann ruckartig entspannt wird. Dieses Spielzeug ermöglicht bis zu sieben Saltos hintereinander. Beispielhaft werde ich die zweite Art analysieren und mir speziell das Känguruh vornehmen. Dazu kommt ein Vergleich mit dem Rückwärtssalto des Menschen. Die ganzen Betrachtungen sind primär Abschätzungen und Überschlagsrechnungen, da für genauere Analysen ein sehr viel größerer Aufwand getrieben werden müßte, der m. E. nicht entsprechend mehr Erkenntnisse bringt.

Zunächst habe ich mit einer Videokamera (mit high-speed-shutter 1/2000 s)

Saltospringer

Christian Ucke

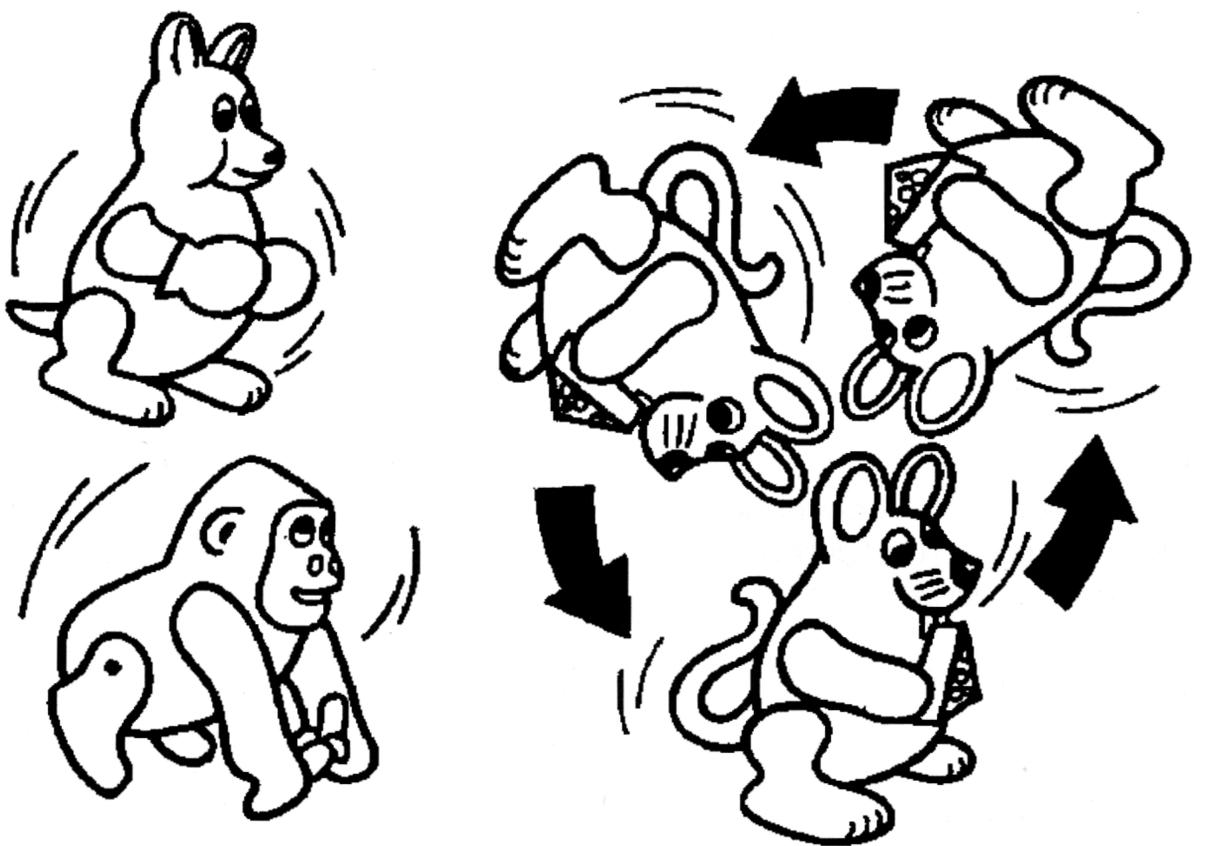


Bild 2 Saltospringer mit Federaufzug

einige Saltos des Känguruhs aufgenommen. Die Serie von neun, in den Rechner gescannten Bilder sind in Bild 3 dargestellt.

Der Schwerpunkt wurde durch Austarieren ungefähr eingegrenzt und mit Filzstift auf der Oberfläche markiert. Das geht nicht sehr genau. Das Känguruh hat eine unsymmetrische Massenverteilung in Bezug auf die Symmetrieachse des Körpers, d. h., die Achsen des Trägheitsellip-

soides sind schief zu den Körpersymmetrieachsen. Das bedeutet ein Taumeln des Känguruhs beim Rotieren. Deswegen gibt es auf die Oberfläche des Körpers gezeichneter Punkt nicht genau die – parabolische – Flugbahn des Schwerpunkts wieder. Das Känguruh befand sich hinter einer transparenten Folie mit 0,5 cm Einteilung. Dadurch läßt sich abschätzen, daß sich der Schwerpunkt des Känguruhs bis zu einer



Bild 3 Reihenaufnahme eines Saltospringers (Känguruh) mit einer Videokamera. Die Bilder haben einen zeitlichen Abstand von 1/50 s (Video-Halbbildabstand). Die waagerechten Linien entsprechen einem Abstand von 5 cm; der rote Punkt in der schwarzen Figur charakterisiert ungefähr den Schwerpunkt.

Höhe von $h \approx 3$ cm über den Boden erhebt. Mit der Masse des Känguruhs von $m = 12$ g ergibt sich daraus eine *potentielle Energie* von

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \\ = 0,012 \text{ kg} \cdot 10 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,03 \text{ m} \\ = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

Für die Berechnung der Rotationsenergie werden das Trägheitsmoment \mathcal{J} und die Winkelgeschwindigkeit ω benötigt. Da der zeitliche Abstand der Bilder $1/50$ s beträgt (Halbbilder der Videokamera), läßt sich daraus passabel die Winkelgeschwindigkeit ω entnehmen. Ein Salto, d. h. eine Drehung um 2π , erstreckt sich über 8 Bilder. Daraus ergibt sich

$$\omega = \frac{2\pi}{8 \cdot \frac{1}{50}} \text{ s}^{-1} = 39 \text{ s}^{-1}.$$

Zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmoments wurde ein kleiner Drehteller gebaut. Aus einem defekten Federmotor eines anderen Saltospringers wurde die Feder entfernt und dafür verwendet. Aus der Messung der Schwingungszeiten mit bekannten und berechenbaren Objekten (Zylinder) und dem Känguruh selbst ergibt sich

$$\mathcal{J}_{\text{Kexp}} = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2.$$

Ganz grob kann man das überschlagen, indem man das Känguruh als Stab mit einer Länge $l = 5$ cm ansieht. Dann ergibt sich rechnerisch

$$\mathcal{J}_{\text{Krech}} = \frac{m \cdot l^2}{12} \\ = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2.$$

Eine solche Abschätzung ist aber sehr sensibel und es ist wohl mehr Zufall, daß das rechnerische Ergebnis so gut mit dem gemessenen Wert übereinstimmt. Das Trägheitsmoment des Känguruhs bleibt während des Rotierens im Gegensatz zu dem des Menschen konstant. Aus den ermittelten Werten ergibt sich schließlich die in der Rotation steckende Energie zu

$$E_{\text{rot}} = \frac{l \cdot \omega^2}{2} \\ = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{39^2}{2} \text{ J} \\ = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

In der Rotation steckt also nur etwa halb soviel Energie wie in der Lageenergie. Die Gesamtenergie beträgt

$$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{rot}} = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$

Nimmt man das Känguruh auseinander, kann man auch Messungen an der eigentlichen Sprungfeder vornehmen, um aus der Auslenkung und der Bestimmung der Federkonstanten auf die in der Feder für einen Sprung gespeicherte Energie zu schließen. Die Messungen sind allerdings mit großen Ungenauigkeiten behaftet, da die Längenänderung der Feder nur etwa 4 mm beträgt. Es ergibt sich eine in der Sprungfeder gespeicherte Energie von etwa 0,01 J. Das ist fast doppelt soviel, wie die gerade ermittelte Gesamtenergie aus Lage und Rotation. Ein bißchen kann man sicherlich über Reibungsverluste diskutieren.

Das Auseinandernehmen der Saltospringer empfehle ich nur sehr bedingt. Einerseits werden sie dabei leicht beschädigt. Zum anderen ist nach dem Wiederaussetzen die Funktion häufig gestört.

Man kann noch weitere Messungen vornehmen, ohne die Tierchen auseinanderzunehmen. Drückt man das Känguruh vorsichtig so auf eine genügend empfindliche Waage, daß sich die Sprungkraft der Beine messen läßt, ergibt sich etwa $F = 0,9$ N und dies fast unabhängig von dem Winkel der Beine relativ zum Körper. Die Strecke, auf der diese Kraft beim Absprung wirkt, läßt sich zu etwa $s = 0,8$ cm ermitteln.

Geht man davon aus, daß die Beschleunigung senkrecht nach oben genau auf den Schwerpunkt wirkt, kann man daraus zunächst eine Beschleunigung des Känguruhs von

$$a = \frac{F}{m} - g \\ = \frac{0,9 \text{ N}}{0,012 \text{ kg}} - 10 \text{ ms}^{-2} \\ = 65 \text{ ms}^{-2}$$

ermitteln. Mit der Beschleunigungsstrecke ergibt sich die Zeit, während der das Känguruh beschleunigt wird, zu

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \\ = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,008 \text{ m}}{65 \text{ ms}^{-2}}} \\ = 0,0157 \text{ s.}$$

Die Absprunggeschwindigkeit folgt zu

$$v = a \cdot t \\ = 65 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,0157 \text{ s} \\ = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Die Sprunghöhe wiederum beträgt dann

$$h = \frac{v^2}{2g} \\ = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm.}$$

Dieses Ergebnis ist nicht ganz unrealistisch im Vergleich mit der experimentell ermittelten Höhe von 3 cm. Bedenkt man, daß ein Teil der Sprungenergie in die Rotation abfließt, erscheint der Wert sogar ganz plausibel.

Einen Saltospringer dieser Art (Springmaus; Flipping Mouse = „Rat Stuff“) wurde von amerikanischen Astronauten als Maskottchen mit in den Weltraum genommen. Dazu existiert sogar ein Video, das einige Experimente damit im Weltraum zeigt /1/. Die Qualität der Videoaufnahmen (NTSC-System) ist allerdings beklagenswert schlecht.

Der Salto rückwärts aus dem Stand gehört zum Standardrepertoire guter Turner. Aus *Fetz/Opavsky* /2/ ergibt sich Bild 4, das aus einer Reihenaufnahme mit einer Filmkamera herausgezeichnet wurde. Die obere Reihe der Zahlen (50, 53, 54 usw.) kennzeichnen die Nummer des Filmbildes. Da mit 64 Bildern pro Sekunde gefilmt wurde, lassen sich zugehörige Zeiten direkt ausrechnen (untere Reihe). Bei der Abbildung wurden die Bilder zur Verdeutlichung entzerrt; in Wirklichkeit würden sich die Flugphasen überlagern. Der Schwerpunkt des Körpers bewegt sich zwischen Bild 53 und 74 um nur 40 cm in der Horizontalen.

Aus /2/ läßt sich weiter entnehmen, daß der Körperschwerpunkt in der Flugphase um $h = 29$ cm steigt. Nimmt man die Masse des Körpers zu $m = 75$ kg an (die Masse des Turners ist in /2/ leider nicht explizit angegeben. Überhaupt ist die Sportliteratur vom physikalischen Standpunkt aus mit manchen Unzulänglichkeiten behaftet), ergibt sich eine potentielle Energie von

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \\ = 75 \text{ kg} \cdot 10 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,29 \text{ m} \\ = 225 \text{ J.}$$

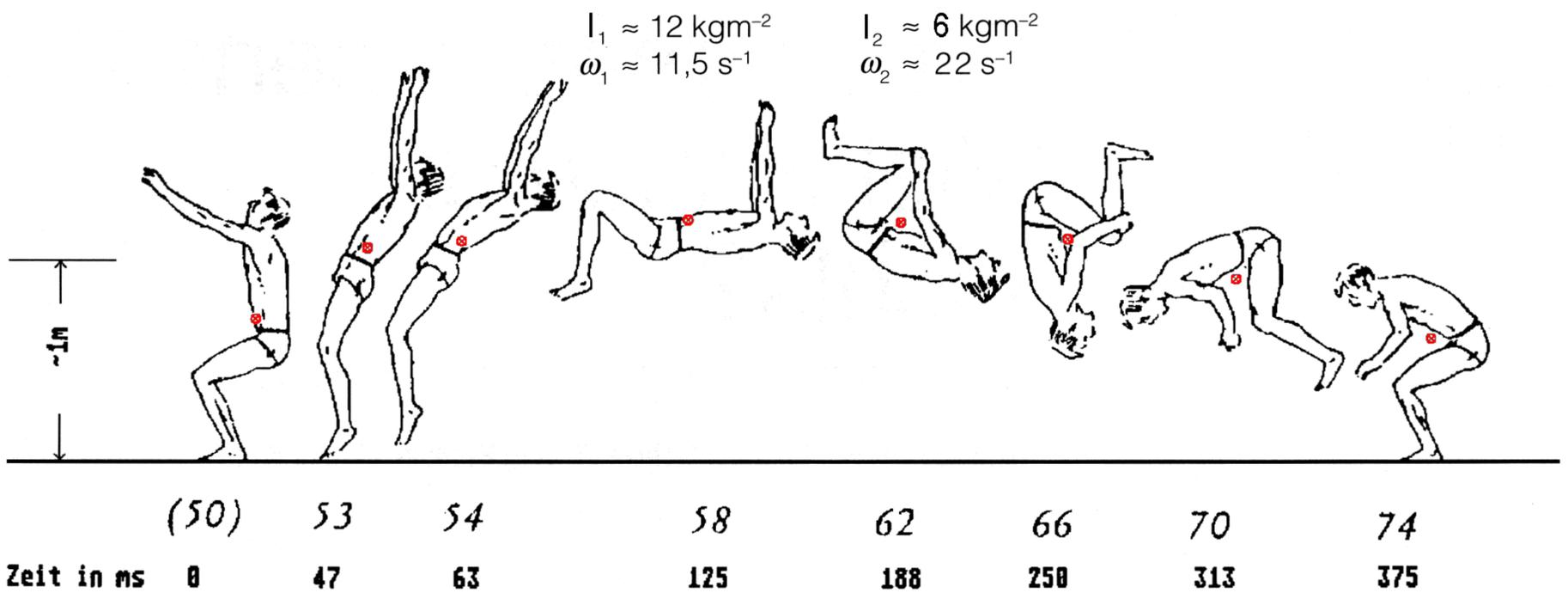


Bild 4 Reihenaufnahme eines Saltos rückwärts aus dem Stand. Die obere Zahlenreihe kennzeichnet die Nummer des Filmbildes, die untere direkt die Zeit in Millisekunden (ms). Der Schwerpunkt des Körpers ist von mir durch einen kleinen Kreis mit einem Kreuz angedeutet.

Um die Rotationsenergie berechnen zu können, benötigt man Trägheitsmomente und Winkelgeschwindigkeiten. In Bild 4 sind die Trägheitsmomente für zwei Körperstellungen vermerkt. Die Trägheitsmomente wurden aus Hay [3] entnommen. Die zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten für die betreffenden Flugphasen sind aus entsprechenden Daten in Fetz/Opavsky [2] berechnet worden. Näherungsweise läßt sich auch der Erhalt des Drehimpulses damit bestätigen. Allerdings nur grob, da einige Unsicherheiten von den Schätzungen eingehen. Für die Rotationsenergie ergibt sich z. B.

$$E_{\text{rot}} = \frac{J \cdot \omega^2}{2} = \frac{6 \text{ kgm}^2 \cdot 22^2 \text{ s}^{-2}}{2} = 1450 \text{ J.}$$

Beim Salto rückwärts des Menschen steckt also der Hauptenergieanteil in der Rotation, während es beim Känguruh gerade umgekehrt ist. Dies läßt sich auch verstehen, denn beim Känguruh ist die potentielle Energie größer, da die Sprunghöhe im Vergleich zur Körperhöhe relativ groß ist. Außerdem ist das Känguruh ziemlich kompakt gebaut, sodaß für die Rotation vergleichsweise weniger Energie benötigt wird.

Den Salto rückwärts des Menschen kann man noch auf andere Weise angehen. Die Kraft, mit der sich der Mensch abdrückt, beträgt näherungsweise $F = 1800 \text{ N}$ [4]. Sie läßt sich näherungsweise auch dadurch

abschätzen, daß der Mensch zusätzlich zu seinem Eigengewicht (750 N) etwas mehr als sein eigenes Körpergewicht heben kann ($\approx 1000 \text{ N}$). Würde diese Kraft direkt auf den senkrecht darüberliegenden Schwerpunkt wirken, ergäbe sich daraus eine Beschleunigung von

$$a = \frac{F}{m} - g = \frac{1800 \text{ N}}{75 \text{ kg}} - 10 \text{ ms}^{-2} = 14 \text{ ms}^{-2}.$$

Diese Beschleunigung wirkt etwa auf einer Strecke von $s = 30 \text{ cm}$ (Körperschwerpunkt von der Hockstellung bis zum Stand). Daraus resultiert eine Beschleunigungszeit von

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,30 \text{ m}}{14 \text{ ms}^{-2}}} = 0,21 \text{ s.}$$

Daraus ergibt sich eine Absprunggeschwindigkeit von

$$v = a \cdot t = 14 \text{ ms}^{-2} \cdot 0,21 \text{ s} = 2,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

und eine Sprunghöhe von

$$h = \frac{v^2}{2g} = 0,42 \text{ m.}$$

Dies ist mehr, als sich beim Salto rückwärts experimentell ergibt, weil ja beim Salto auch noch Energie in die Rotation gesteckt wird.

Anregungen für weitere Betrachtungen, die dennoch nicht zu sehr ins Einzelne gehen, bilden z. B. Drehmoment, Drehimpuls, Horizontalkomponente beim Salto, parabolische Flugbahn des Schwerpunkts. Eventuell findet sogar der Eigenbau eines Saltospringers Interesse.

Literatur

- /1/ „Toys in Space“, Videotape 1988: A collection of toy experiments done by astronauts. – American Association of Physics Teachers (AAPT). – 5112 Berwyn Road. – College Park. – MD 20740, USA.
- /2/ Fetz, F., Opavsky, P.: Biomechanik des Turnens. – Limpert-Verlag. – Frankfurt/Main 1968
- /3/ Hay, James G.: The Biomechanics of Sports Techniques. – Prentice Hall. – Englewood Cliffs 1985
- /4/ Payne, A. H., Barker, P.: Comparison of the take-off forces in the flic-flac and the back somersault in gymnastics. – In: Biomechanics V. – Baltimore 1976. – p. 314-321.

Dr. Christian Ucke
Technische Universität München
Physikdepartment 20
W-8046 Garching