

Physik

in unserer Zeit



Steh' auf Kreisel!

Steh' auf Kreisel!

Friedhelm Kuypers, Christian Ucke

Kreisel üben auf viele Physiker eine magische Faszination aus. Der Stehaufkreisel ist dafür ein klassisches Beispiel. Er bietet immer wieder und immer noch überraschende Effekte und neue Einsichten für Praktiker und Theoretiker.

Der Stehaufkreisel oder auch Kippkreisel (englisch tippe top) wurde im Jahre 1891 von Helene Sperl aus München unter dem Namen „Wendekreisel“ patentiert [1]. Vermutlich war der Stehaufkreisel aber schon vorher bekannt [2]. Allerdings erlosch das Patent 1892, da die fälligen Gebühren nicht bezahlt wurden.

In der Patentschrift sind zwar genaue Konstruktionszeichnungen enthalten (Abbildung 1), aber keines unserer maßstäblich nachgebauten Stehaufkreisel zeigt den patentierten Effekt. Die von uns mit einer Halbkugel konstruierten Stehaufkreisel funktionieren nicht.

Legt man einen richtig konstruierten Stehaufkreisel (Abbildung 2) geneigt auf eine ebene Unterlage, so wackelt er mit dem Stift nach oben wie ein Stehaufmännchen hin und her, weil der Schwerpunkt unterhalb des Kugelmittelpunktes liegt. Das Verhalten eines Stehaufkreisels ändert sich aber dramatisch, wenn man ihn zwischen Daumen und Zeigefinger genügend schnell dreht: Er stellt sich nach wenigen Sekunden auf den Kopf. Dabei geht der Schwerpunkt von der tiefsten in die denkbar höchste Lage über, und die Richtung des Drehimpulses dreht sich in bezug auf den Kreisel um, bleibt also nahezu raumfest (siehe die durch die Pfeile markierten Drehsinne in Abbildung 2).

Man kann leicht zeigen, daß sich der Kreisel nur bei Reibung aufrichtet: Wegen der Zunahme der potentiellen Energie bei der Aufrichtung muß die kinetische Energie abnehmen. Da der Stift am Anfang und am Ende fast senkrecht steht, können wir schreiben

$$T_{\text{Anf}} = \frac{I}{2} \omega_{\text{Anf}}^2 > T_{\text{End}} = \frac{I}{2} \omega_{\text{End}}^2$$

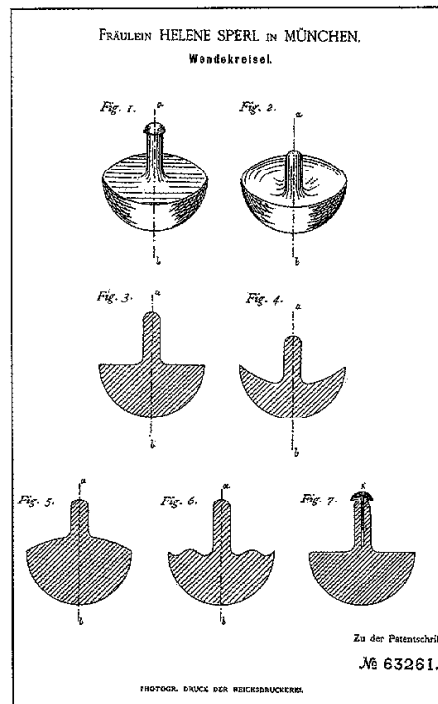


Abb. 1. Konstruktion aus der Patentschrift.

wobei die Indizes Anf und End die Anfangs- und Endkonfiguration bezeichnen, T , ω und I sind die kinetische Energie, die Winkelgeschwindigkeit und das Trägheitsmoment.

Folglich muß auch der nahezu vertikale Drehimpuls kleiner werden,

$$L_{\text{Anf}} = I \omega_{\text{Anf}} > L_{\text{End}} = I \omega_{\text{End}}$$

Daher ist ein vertikales Drehmoment erforderlich. Es kann nur durch eine horizontale Kraft aufgebracht werden. Da die einzige horizontale Kraft die Reibungskraft ist, stellt

sich der Kreisel auf einem völlig glatten Boden nicht auf den Kopf.

Leider ist eine weitergehende Veranschaulichung der Bewegung nicht möglich. Der Drehimpulssatz $\dot{L} = M$ (M = Drehmomentvektor) wird zwar für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen benötigt, ist aber beim Stehaufkreisel für eine verständliche und anschauliche Erklärung völlig unbrauchbar, weil der Drehimpuls L – wie bereits oben geschildert – die Aufrichtung nicht mitmacht, sondern seine nahezu vertikale Anfangsrichtung in etwa beibehält. Die Ursache für das Verhalten des Stehaufkreisels ist tief in den komplizierten und umfangreichen Bewegungsgleichungen verborgen. Sie können nicht analytisch exakt gelöst werden – mit Ausnahme von einfachen Spezialfällen, die keine Aufrichtung zeigen und daher relativ uninteressant sind, wie die reibungsfreie Bewegung auf glattem Boden. Man ist auf grobe Näherungen oder numerische Berechnungen angewiesen.

Erst in den fünfziger Jahren wurde der Stehaufkreisel genauer theoretisch untersucht, und zwar meistens in der Vereinfachung als inhomogene Kugel (Schwerpunkt stimmt nicht mit dem Kugelmittelpunkt überein), das heißt ohne Stift. Sein Verhalten ist noch immer nicht vollständig geklärt, und bis in unsere Zeit erscheinen Publikationen zu diesem Spielzeug [3, 4; darin auch frühere Zitate]. In der neuesten Arbeit [4] wird der Stehaufkreisel mit Stift numerisch behandelt. Da der Stehaufkreisel gelegentlich vom Boden abhebt, ein paar Millimeter durch die Luft fliegt und dann wieder aufschlägt, wird der Boden in [4] als weich angesehen mit einer linearen Rückstellkraft. Unsere experimentellen Beobachtungen und numerischen Berechnungen

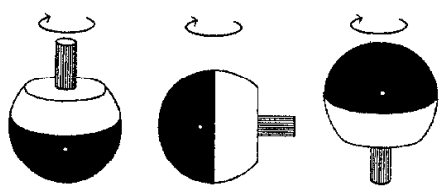


Abb. 2. Drehsinn beim Aufrichten. Der Schwerpunkt wird durch einen weißen Punkt markiert.

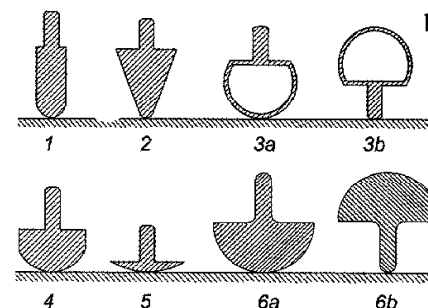
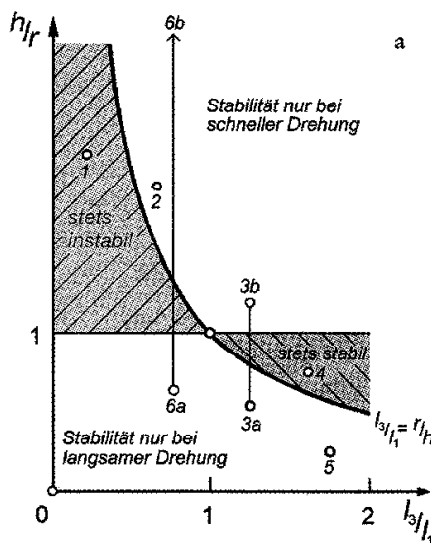


Abb. 3. (a) Stabilitätsdiagramm für Kreisel (nach MAGNUS [6], ergänzt), die mit einer geschwindigkeitsproportionalen Reibungskraft über den Boden rutschen. (b) Die zugehörigen Kreiseltypen.

deuten darauf hin, daß der kurzzeitige Doppelkontakt des Kreisels mit dem Boden (Hauptkugel und Stift berühren den Boden zugleich) oftmals entscheidend ist für einen Erfolg der Aufrichtung. Die numerischen Berechnungen der Bewegungsgleichungen sind aufwendig aber mit den heutigen PCs in wenigen Minuten durchzuführen. An der Hochschule kann der Stehaufkreisel in Vorlesungen oder Übungen zur Klassischen Mechanik behandelt werden [5].

K. Magnus hat mit der „Methode der kleinen Schwingungen“ [5] die Stabilität von vertikal rotierenden Kreiseln untersucht, das heißt von Kreiseln, die um die senkrecht stehende Symmetrieachse rotieren [6]. Seine Aussagen sind daher auf den Anfang und das Ende einer möglichen Aufrichtung beschränkt. Die Ergebnisse lassen sich in einem Stabilitätsdiagramm darstellen. Auf der Abszisse ist das Verhältnis I_3/I_1 aufgetragen (I_3 und I_1 sind die Trägheitsmomente für Rotation um die Symmetrieachse sowie um eine dazu senkrechte Achse durch den Schwerpunkt). Auf der Ordinate ist h/r aufgetragen, wobei h die Schwerpunkthöhe des vertikalen Kreisels und r der Radius des Kugelsegmentes, das den Boden berührt, sind. In das Stabilitätsdiagramm sind die abgebildeten Kreisel eingezeichnet. Der übliche Stehaufkreisel Nr. 3 ist durch zwei Punkte in dem Diagramm charakterisiert. Für langsame Drehungen ist die Position 3a (Schwerpunkt unterhalb vom Kugelmittelpunkt) stabil, für schnelle Drehungen hingegen ist diese Position instabil und der Stehaufkreisel geht in die Position 3b (Schwerpunkt oberhalb vom Kugelmittelpunkt) über. Unsere dem Patent nachgebauten Kreisel sind bei schneller Drehung in der Position 6a instabil und in der Position 6b stabil – in Übereinstimmung mit dem Stabi-

litätsdiagramm. Das reicht aber offenbar nicht aus, um den Stehaufeffekt zu garantieren. Bei schnellem Andrehen in der Position 6a kommen sie maximal bis zu dem Punkt, an dem Stift und Halbkugel zugleich den Boden berühren. Ihre Aufrichtung scheitert.

Der Stehaufkreisel ist gar nicht so einfach zu beschaffen, wie wir zunächst glaubten. In üblichen Spielwarengeschäften ist er vielfach nicht bekannt, geschweige denn vorhanden. Es gibt ihn häufiger in Läden, die auf Holzspielzeuge spezialisiert sind. Im Versandhandel ist er zu beziehen [7]. In dem Buch von Holler [2] ist eine einfache Bauanleitung enthalten.

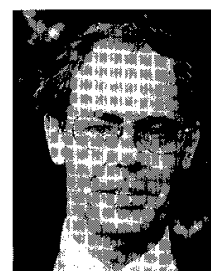
Literatur

[1] Patent Nr. 63261 „Wendekreisel“ von Frl. Helene Sperl aus dem Jahre 1891/1892.
 [2] R. Holler, Kreisel, Hugendubel Verlag, München (1989).
 [3] T. R. Kane, D. A. Levinson, Journal of Applied Mechanics 45, 903 (1978).
 [4] F. Kuypers et al., Z. angew. Math. Mech. 74 (11/1994).
 [5] F. Kuypers, Klassische Mechanik, VCH-Verlag, Weinheim (1993), 138–139, 445–462.
 [6] K. Magnus, Kreisel – Theorie und Anwendungen, Springer-Verlag (1971), 266–273.
 [7] Physik-Boutique, Stark-Verlag Freising, Postfach 1852, 85318 Freising.

Für die Herstellung diverser Kreisel und anregende Hinweise danken wir dem Werkstattmeister des Physikdepartments H. Eggstein.



Friedhelm Kuypers, geb. 1949, Studium der Physik in Münster, Bonn, Freiburg, dort Promotion in theoretischer Physik. Seit 1986 Professor für Physik an der Fachhochschule Regensburg.



Christian Ucke, geb. 1942, Studium der Physik in Göttingen und München, Zweitstudium in Pädagogik und Psychologie, Promotion in medizinischer Optik. Seit 1974 an der Technischen Universität München im Bereich der Physiklehre für Naturwissenschaftler (Mediziner, Biologen) tätig.

Anschriften:

Prof. Dr. Friedhelm Kuypers, Fachhochschule, Prüfeninger Straße 58, D-93049 Regensburg.

Dr. Christian Ucke, TU München, Physikdepartment E20, D-85748 Garching.