

Unendliche Spiegelfechtereien

Christian Ucke und Hans Joachim Schlichting

Mit Spiegeln lassen sich überraschende Effekte erzielen. Mit zwei einander gegenüber orientierten Spiegeln kann man Vielfachreflexionen mit enormer Tiefenwirkung erzeugen. In einem Dreieck mit Spiegeln und in Spiegellabyrinthen auf Jahrmärkten irritieren einen unendlich viele Mehrfachreflexionen.

Man findet diese Spiegel in vielen Alltagssituationen. Man denke nur an Fahrstühle mit gegenüberliegenden verspiegelten Wänden, an große Kleider- oder Badezimmerschränken mit mehreren Türen, die so zu öffnen sind, dass sich zwei gegenüber liegende Türen ineinander spiegeln. In diversen Science Centern sind sogar begehbare Unendlichkeitsspiegel mit drei Spiegeln vorhanden. Das ist schon das Prinzip einfacher Kaleidoskope.

Unendlichkeitsspiegel mit zwei Spiegeln

Es gibt prinzipiell zwei Möglichkeiten, solche Unendlichkeitsspiegel zu realisieren. Zum einen mit zwei gegeneinander gestellten, voll reflektierenden Spiegeln, zum anderen mit einem voll reflektierenden und einem teildurchlässigen Spiegel (Glasplatte, oder noch besser: Einweg- oder Spionspiegel).

Die erste Möglichkeit lässt sich einfach mit zwei einander parallel gegenübergestellten, ebenen und voll reflektierenden Spiegeln realisieren. Kann man sich als Person dazwischen stellen, sieht man sich selbst in einer – fast – unendlichen Reihe (Abbildung 1). Sind die Spiegel nicht exakt parallel ausgerichtet – und das ist häufig der Fall – ergibt sich eine leicht gekrümmte Linie.

Bei üblichen Spiegeln ist die eigentliche Spiegelschicht hinten auf eine Glasscheibe aufgebracht. Das Licht geht deshalb vielfach durch diese Glasschichten. Dabei kann sich dann die Absorption im Glas mit einem grünlichen Stich umso stärker bemerkbar machen, je größer die Anzahl der Reflektionen ist [1].

Alternativ kann man zwei ebene, kleinere Spiegelfliesen nehmen. In die versilberte Rückseite lässt eine Lochöffnung hineinkratzen. Acrylglaspiegel lassen sich durchbohren. Beim Blick durch das Loch ergeben sich dann ebenfalls viele Spiegelungen (Abbildung 2). Das Loch spiegelt sich natürlich auch und ist in der Abbildung oben als kleiner, schwarzer Kreis zu erkennen.



Abb.1: Eine Person im Fahrstuhl zwischen zwei gegenüber liegenden, ebenen Spiegeln.



Abb.2: Ein Gegenstand zwischen zwei ebenen Acrylglas spiegeln.

Solche Unendlichkeitsspiegel werden manchmal auch zu Dekorationszwecken verwendet. Der englische Designer Nick Moore hat eine ästhetisch ansprechende Tischversion kreiert, die vom Bund der britischen Innenarchitekten ausgezeichnet wurde (Abbildung 3 links). Zwischen einem normalen ebenen Glasspiegel und einer ebenen, teildurchlässig verspiegelten Glasplatte (~50% Transmission für rotes Licht) befindet sich ein Teelicht. Sind die beiden Glasplatten exakt parallel zueinander ausgerichtet, scheint das Teelicht sich in einer geraden Linie ins Unendliche fortzusetzen. Sind die Platten nicht parallel zueinander ausgerichtet, ergibt sich eine gekrümmte Linie (Abbildung 3 rechts). Der Abstand der Platten beträgt 5,5cm. Daraus ergibt sich bei etwa zwanzig sichtbaren Kerzenspiegelungen eine optische Tiefe von 1,20m. Dieser Tiefeneffekt ist besonders beeindruckend, wenn ein derartiger Unendlichkeitsspiegel mit hellen Lämpchen bestückt an einer Wand hängt und die Illusion hervorruft, als wenn sich ein Tunnel in die Wand hinein erstreckt.



Abb.3: Die unendliche Kerze (infinity candle) des englischen Designers Nick Moore. Die vordere Glasplatte ist teildurchlässig verspiegelt.

Ein Sonderfall von Mehrfachspiegelungen (Phantombilder) zwischen zwei parallelen ‚Spiegeln‘ ergibt sich bei den am meisten verbreiteten Spiegeln, die aus einer Glasschicht mit einer Spiegelschicht auf der Rückseite bestehen. An der Vorderfläche einer – nicht vergüteten - Glasschicht wird ein Teil des Lichts spiegelnd reflektiert. Bei einem Glas mit einer Brechzahl von $n = 1,5$ sind das bei senkrecht einfallendem Licht immerhin etwa $\rho = (1,5 - 1)^2 / (1,5 + 1)^2 = 0,04 = 4\%$. Bei seitlichem Blick auf eine helle Lichtquelle und ihr gegenüber gestelltem Spiegel sieht man Mehrfachspiegelungen, die durch Reflexionen an der Glasvorderfläche, Spiegelrückfläche und wiederum Rückreflexion von innen an der Glasvorderfläche zustande kommen. In Abbildung 4 ist so eine Situation zu sehen. Die reale, fast punktförmige Lichtquelle befindet sich rechts auf dem Bild in einem Abstand von etwa 1cm von der Spiegeloberfläche. Man erkennt noch den Glaskolben der Glühlampe. Die erste Reflexion findet an der Glasoberfläche statt, die nächste, deutlich stärkere Reflexion an der verspiegelten Rückseite. Der Glaskolben ist hier noch zu erkennen. Dann folgen die immer schwächer werdenden Rückreflexionen an der inneren Seite der Glasfläche und deren Spiegelung an der Spiegelrückseite. Eine reizvolle Aufgabe besteht darin, unter Zuhilfenahme eines Laserpointers aus der Geometrie so eines Bildes und der gesamten Anordnung die Dicke der Glasschicht und die Brechzahl des Glases zu berechnen (Infokasten 2).



Abb.4: Die Glühlampe einer Taschenlampe nahe an einen Spiegel (~1cm) positioniert und unter schrägem Blickwinkel betrachtet.

Die Anzahl der sichtbaren Flammen des Kerzenlichts bzw. der Lichtquelle hängt wesentlich ab von der Qualität der Spiegel. Bei einfachen Glasscheiben (z.B. Doppelfenster) lassen sich bei dunkler Umgebung wegen der geringen Reflektion nur mit Mühe Mehrfachspiegelungen erkennen. Normale Glasspiegel reflektieren um die 90%, sehr gute

Oberflächenspiegel mit hochpoliertem Silber oder Aluminium bis über 99% Prozent. Bei teildurchlässigen Spiegeln ist meist eine starke Abhängigkeit der Transmission von der Wellenlänge vorhanden. Darüberhinaus spielt die Helligkeit der Lichtquelle selbst auch eine Rolle.

Infokasten1: Krümmung der Bilder beim Unendlichkeitsspiegel

Was für eine Kurve beschreibt die gekrümmte Linie der Kerzenflammen bei nicht parallel zueinander angeordneten, ebenen Spiegeln?

Zur Beantwortung dieser Frage kann man sich eine einfache Konstruktionszeichnung der Reflexionen machen (Abbildung 5). Zur deutlicheren Darstellung ist der Winkel zwischen den Spiegeln mit 20° übertrieben groß gewählt. Der Beobachter blickt senkrecht zum Spiegel 1. Ein Gegenstand A (z.B. Kerzenflamme) befindet sich etwas unsymmetrisch gelegen zwischen zwei ebenen, nicht parallel angeordneten Spiegeln. A_1 ist das – virtuelle - Bild des Objekts A, das durch die Reflexion an Spiegel 1 entsteht, A_2 das Bild, das durch Reflexion von A_1 an Spiegel 2 entsteht, A_3 das Bild, das durch Reflexion von A_2 an Spiegel 1 entsteht usw. In gleicher Weise entstehen die Bilder B_1, B_2, B_3 usw. Bei der Reflexion ist der Abstand des Gegenstandes vom Spiegel gleich groß, wie der Abstand des Bildes vom Spiegel. Deswegen stellen die blauen Linien der Spiegel jeweils die Mittelsenkrechten zwischen den einander zugeordneten Bildern dar und diese schneiden sich im Mittelpunkt M des Kreises, auf dem alle Bilder liegen. Die aufeinander folgenden Bilder, die man bei nicht parallel ausgerichteten Spiegeln sieht, liegen demzufolge auf einem Kreis.

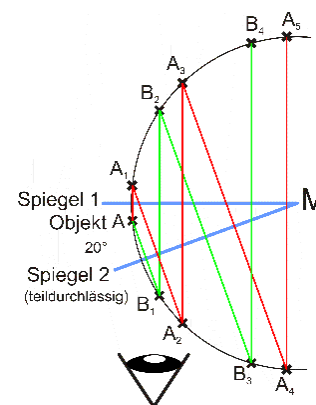


Abb.5: Aufsicht auf Spiegelungen eines Objektes A zwischen zwei ebenen, nicht parallelen Spiegeln.

Die virtuellen Bilder B_1, A_2, B_3 usw. sind allerdings aus der Perspektive des gezeichneten Auges nicht zu sehen, da sie auf der dem Auge abgewandten Seite des Spiegels 2 entstehen.

Unmittelbar einsichtig ergibt sich die kreisförmige Figur bei der Anordnung in Abbildung 6. Zwischen zwei ebenen und in einem Winkel zueinander angeordneten, hoch reflektierenden Spiegeln ergeben sich Mehrfachbilder, die ersichtlich auf einem Kreis liegen. Bei einem Winkel von 40° zwischen den Spiegeln ergeben sich $360^\circ/40^\circ = 9$ Figuren, wovon eine das Originalobjekt selbst ist und die anderen Spiegelbilder sind.



Abb.6: Mehrfachreflexionen zwischen zwei ebenen, nicht parallelen Edeltstahlsiegeln (Winkel 40°).

Aus den vorhergehenden Betrachtungen ergibt sich, dass die Bezeichnung ‚Unendlichkeitsspiegel‘ nur dann zutrifft, wenn die beiden Spiegel exakt parallel zueinander ausgerichtet sind. Bei einem kleinen Winkel ε zwischen beiden Spiegeln ergeben sich endlich viele Spiegelbilder, nämlich $(360^\circ/(\varepsilon-1))$. Das können im Einzelfall ziemlich viele Bilder sein (siehe Abb. 1 und 3).

Unendlichkeitsspiegel mit drei Spiegeln

Drei, im Winkel von 60° zueinander angeordnete, alle senkrecht stehend und gleichgroße Spiegel ergeben eine Variante eines Unendlichkeitsspiegels, die erheblich mehr Spiegelbilder als die Zwei-Spiegelversion produziert (Abbildung 7). Begehbare Konstruktionen solcher Spiegel finden sich z. B. in Science Centern in Deutschland [3]. In den auf Jahrmärkten oder großen Volksfesten anzutreffenden Spiegellabyrinthen werden ebenfalls häufig im Winkel von 60° zueinander gestellte Spiegel verwendet. Bekannt ist das schon 1891 errichtete Petrin-Spiegellabyrinth in Prag [4]. Eine interaktive Version eines Spiegelkabinetts mit 60° -Spiegeln erlaubt das Erforschen unter fast allen denkbaren Blickwinkeln [5]



Abb.7: Ein begehbare Unendlichkeitsspiegel mit drei Spiegeln im Winkel von 60° im Mathematikum Gießen.

Eine Konstruktion nur der nächsten Spiegelbilder zeigt die Anordnung der virtuellen Bilder (Abbildung 8). Im Spiegeldreieck selbst ist genau ein Objekt (roter Kreis). Mit dem Winkel von 60° ergibt sich ein Sechseck an der Spitze. Dieses Sechseck wiederholt sich in einem regelmäßigen Muster über die gesamte Ebene. Dieses Muster erkennt man allerdings kaum, wenn man selbst im Spiegeldreieck steht. Die gestrichelten Linien verdeutlichen die Konstruktion der Spiegelungen.

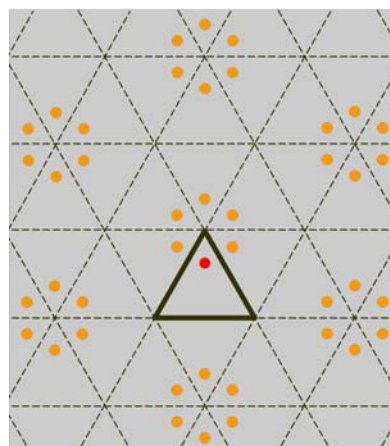


Abb.8: Konstruktion der nächsten Spiegelbilder eines Objektes im 60° Spiegeldreieck (Aufsicht).

Beim Hineinschauen in einfache Kaleidoskope mit drei gleichgroßen, rechteckig-länglichen, im Winkel von 60° zueinander angeordneten Spiegeln hingegen ist die Sechsecksymmetrie auch in der Erweiterung über die unmittelbar angrenzenden Bilder gut zu sehen.

Eigenbau

Unendlichkeitsspiegel mit zwei Spiegeln, zwischen die man sich selbst stellen kann, lassen sich eventuell noch mit zu Hause verfügbaren Spiegeln realisieren. Eine begehbare Drei-Spiegelversion ist da schon schwieriger zu verwirklichen.

Kleinere, experimentelle Aufbauten mit normalen Glasspiegeln mit rückseitiger Verspiegelung lassen sich günstig mit Spiegelkacheln (Baumarkt) erstellen. Die rückseitige Verspiegelung lässt mit einiger Mühe abkratzen, so dass man eine durchsichtige Lochöffnung an gewünschter Stelle erhält. Glaser bohren auch Löcher in solche Spiegel. Je kleiner eine derartige Konstruktion ist, um so stärker stört die Fuge beim Aneinanderstoßen zweier Kanten.

Mit Hilfe von Acrylglasspiegeln lassen sich ebenfalls kleinere Unendlichkeitsspiegel mit zwei oder drei Spiegeln erstellen. Man kann sie bei Kunststofffirmen zuschneiden lassen oder gegebenenfalls selbst bearbeiten. Der Aufbau in Abbildung 2 ist auf diese Weise realisiert.

Teuer und nicht überall erhältlich sind teildurchlässige Acrylglaspiegel. Es lohnt sich, nach Reststücken zu fragen.

Teurer sind polierte Metallspiegel (Edelstahl, Aluminium). Mit ihnen lassen sich störende Doppelbilder vermeiden. Außerdem können sie an den Kanten fast ohne sichtbare Fuge aneinander stoßen. Die Anordnung in Abbildung 6 wurde mit polierten Edelstahlspiegeln von 6 x 11cm Größe erstellt.

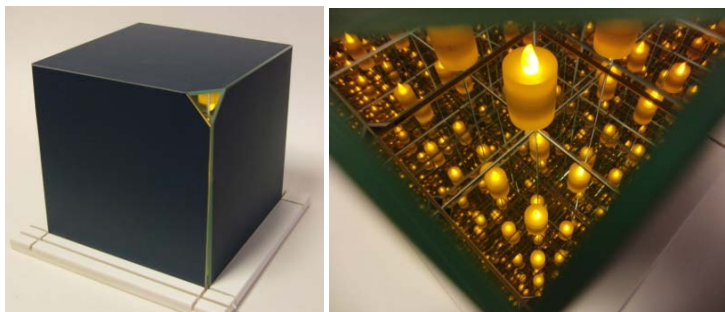


Abb.9: Ein Spiegelwürfel mit Spiegelkacheln (15 x 15cm). Ein elektrisches Teelicht im Inneren erzeugt faszinierende Vielfachreflexionen.

Ein Experimentierset, das fast alle beschriebenen Spiegelvarianten ermöglicht, bietet die Firma Kraul unter dem Namen ‚Spiegelräume‘ an [6]. Mit dessen Hilfe und weiteren Spiegelkacheln lässt sich ein Spiegelwürfel bauen (Abb. 9).

Literatur und weblinks:

- [1] Schlichting, H. J.: Die Unendlichkeit ist grün, Physik in unserer Zeit **41** (2010), 306
- [2] Uysal, A.: Determining the Thickness and the Refractive Index of a Mirror, Physics Teacher **48** (2010), 602-603
- [3] z. B. Mathematikum Gießen; Phaeno Wolfsburg; Phänomenta Lüdenscheid; Extavium Potsdam; Explorata Suhl; Imaginata Jena; Experimenta Frankfurt
- [4] www.youtube.com/watch?v=WbHLBPhfGSg ,
- [5] www.kubische-panoramen.de/index.php?id_id=354
- [6] www.spiegelzeug-kraul.de ; zu beziehen über den Fachhandel
- [7] Kleine (3 x 4cm), qualitativ sehr gute Vorderflächenspiegel Spiegel (voll und teildurchlässig reflektierend) sind günstig erhältlich bei www.astromedia.eu
- [8] www.youtube.com/watch?v=MMBU5gk9HC4 sehenswertes Video mit Charlie Chaplin

Mit folgenden Stichwörtern findet man Webseiten mit Kaufhinweisen und bei YouTube videos zum Thema: Unendlichkeitsspiegel, Unbegrenztheitsspiegel, Spiegellabyrinth, Spiegelkabinett, Seleco Teelichtständer, Infinity mirror, home made infinity mirror, infinity candle, multiple mirror reflection, mirror maze, mirror labyrinth.

Zusammenfassung

Mit Spiegeln lassen sich überraschende Effekte erzielen. Mit zwei gegenüber orientierten Spiegeln kann man Vielfachreflexionen mit enormer Tiefenwirkung erzeugen. Lichtkünstler kreieren auf diese Weise reizvolle Designobjekte. Bei normalen Glasspiegeln mit rückwärtiger Verspiegelung lassen sich Mehrfachbilder in der Glasschicht selbst beobachten. In einem begehbaren Dreieck mit Spiegeln oder in Spiegellabyrinthen irritieren einen unendlich viele Mehrfachreflexionen. Mit leicht erhältlichen Materialien lassen sich derartige Aufbauten auch in kleinerem Maßstab realisieren.

Infokasten2: Bestimmung von Brechzahl und Glasdicke eines Spiegels

Ein Lichtstrahl (Laserpointer) fällt schräg auf einen Spiegel mit rückwärtiger Verspiegelung auf. Er wird an der Vorderseite und der verspiegelten Rückseite reflektiert. Auf einem Schirm wird der Abstand y der auftreffenden Strahlen gemessen.

Aus entsprechenden Dreiecken beim einfallenden und austretenden Lichtstrahl lassen sich folgende Beziehungen entnehmen

$$\tan \beta = \frac{x}{d} \quad \tan \alpha = \frac{2x}{y} \quad \text{und}$$

Außerdem gilt das Brechungsgesetz

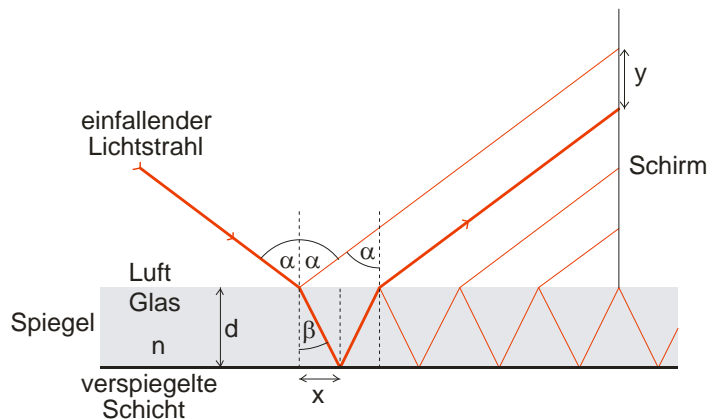
$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$$

Durch Eliminierung von x , Umformen und Zusammenfassen der Gleichungen erhält man

$$y \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 2d \cdot \cos \alpha$$

In dieser Gleichung sind d und n unbekannt. Misst man y für zwei unterschiedliche Winkel α , hat man zwei Gleichungen für zwei Unbekannte, aus denen sich d und n bestimmen lassen.

In der Praxis liegen die Werte von y im Millimeterbereich und sind nicht sehr genau zu bestimmen. Durch mehrere Messungen für verschiedene Winkel α und adäquater Auswertung lässt sich die Genauigkeit der Ermittlung von n und d verbessern [2].



Ein Lichtstrahl (Laserpointer) fällt schräg auf einen Spiegel mit rückwärtiger Verspiegelung auf (aus [2])