Zylinderlinsen

Experimente mit Plastflaschen

Christian Ucke

Ist die Oberfläche einer Plastflasche hinreichend glatt und die Form zylindrisch, läßt sich die ganz mit Wasser gefüllte Flasche als starke Zylinderlinse verwenden. Auch teilgefüllte Flaschen mit ruhiger Flüssigkeitsoberfläche parallel zur Zylinderachse stellen – plankonvexe – Zylinderlinsen dar.

Sei d der Durchmesser der Flasche, dann ist der Krümmungsradius $r = d/2$. Die Brechzahl der Flüssigkeit in der Flasche werde mit n bezeichnet, die des Mediums außerhalb der Flasche (das ist meist, aber nicht immer Luft) mit n_a. Mit $D = (n - n_a)/r$ ergibt sich für den Gesamtbrechwert D_g der – dicken – Zylinderlinse:

$$D_g = 2D - \frac{d}{n} D^2$$

(sogenannte *Gullstrandsche Formel*)

$$D_g = \frac{4n_a(n - n_a)}{nd}$$

Die Brennweite f ergibt sich daraus zu

$$f = \frac{n_a}{D_g} = \frac{nd}{4(n - n_a)}.$$

Die Brennweite ist dabei von der zugehörigen Hauptebene aus zu rechnen. Im Falle einer Zylinderlinse in Luft ($n_a = 1{,}000$) mit kreisförmigem Querschnitt fallen die beiden Hauptebenen zusammen und liegen genau in der Mitte.

Für Wasser als Füllmedium kann man näherungsweise mit einer Brechzahl von $n = 1{,}333 = 4/3$ rechnen. Setzt man das in die Formel ein, ist überraschenderweise die Brennweite f genau gleich dem Durchmesser der Flasche.

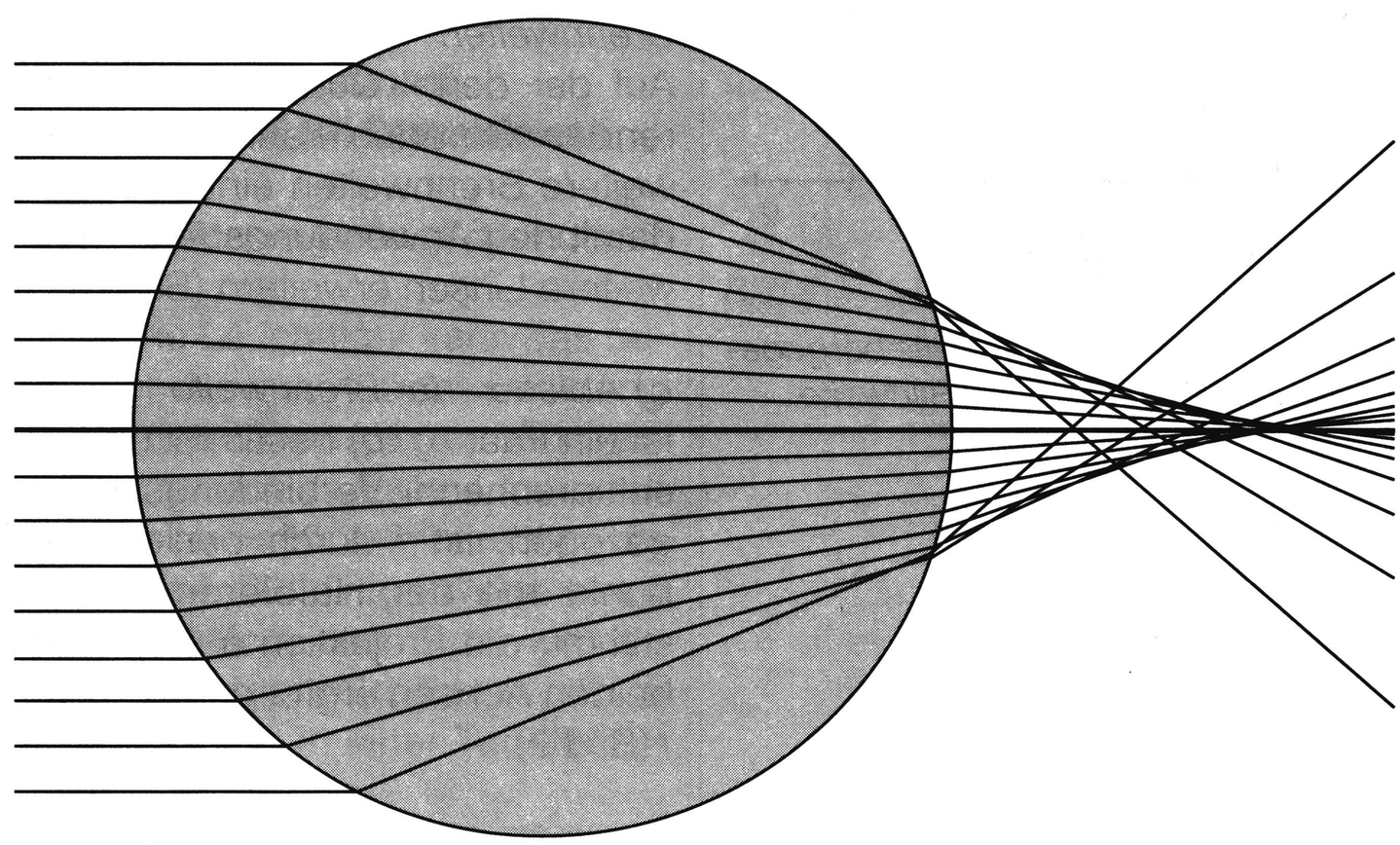

Bild 1 Fällt ein paralleler Lichtstrahl auf eine Zylinderlinse, vereinigen sich nur die Strahlen nahe der optischen Achse zu einem Brennpunkt. Weiter außen befindliche Strahlen schneiden die optische Achse näher zur Linse hin (sphärische Aberration).

Die so berechnete Brennweite gilt nur für Strahlen nahe der optischen Achse (sogenannter *Gaußscher Raum*). Für achsferne Strahlen verkürzt sich die Brennweite; diesen Effekt nennt man *sphärische Aberration*. Den Strahlengang achsferner Strahlen muß man exakt mit dem Brechungsgesetz ermitteln. In der Abbildung ist dies mit einem Computerprogramm für eine Zylinderlinse aus Wasser in Luft verdeutlicht.

Die Brennweite bzw. genaue Brennlinie kann man mit Sonnenlicht und einem hinter die Zylinderlinse gehaltenen Blatt Papier gut beobachten. Die sphärische Aberration äußert sich in einem „Zerlaufen" der Brennlinie. Mit einer vor der Flasche befestigten Schlitzblende kann man sie vermeiden, weil man so die achsfernen Strahlen abdeckt.

Die Dicke der Flaschenwandung von Plastflaschen unterschreitet meist 1 mm. Damit kann sie praktisch für die Berechnung der Brennweiten vernachlässigt werden. Bei Glasflaschen mit dickerer Flaschenwandung ist das nicht in gleicher Weise möglich.

Zylinderlinsen haben den Effekt, daß sie nur in einer Richtung senkrecht zur Zylinderachse eine optische Wirkung hervorrufen. Legt man sie z. B. auf eine Textzeile (mit der Zylinderachse parallel zur Zeile), so erscheint die Schrift nur senkrecht dazu vergrößert. Die Zylinderlinse wirkt dann wie eine Lupe, bei der sich der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite befindet. Die sphärische Aberration läßt sich ebenfalls gut beobachten. Am Rand der Flasche erscheint die Schrift stark verzerrt.

Ein einfaches und bekannt-unterhaltsames Experiment läßt sich mit so einer Wasser-Zylinderlinse durchführen. Legt man die Zylinderlinse direkt auf die mit Großbuchstaben geschriebene Textzeile

DIE HEXE ZAUBERT

so erscheint der Text vergrößert. Hebt man die Linse um etwa das Doppelte der Brennweite über diese Textzeile, so wird das Wort **ZAUBERT** unleserlich. Die Erklärung dafür ist, daß die gesamte Textzeile dann außerhalb der Brennweite der Zylinderlinse liegt und alle Buchstaben umgedreht werden. Bei den Buchstaben, die senkrecht zur Textzeilenrichtung symmetrisch sind, fällt das aber nicht auf. Es trägt beträchtlich zur Verwirrung bei, wenn man z. B. die Wörter **DIE HEXE** rot malt und das Wort **ZAUBERT** grün. Die Erklärungen für den Effekt werden dann in eine falsche Richtung geleitet. Es ist ein interessantes Spiel, weitere Texte mit solchen Symmetrien zu finden.

In die Plastflasche können auch Flüssigkeiten mit anderer Brechzahl gefüllt werden. Geeignet sind z. B. Glyzerin (wasserfreies Glyzerin $n = 1{,}455$) oder Rizinusöl ($n = 1{,}478$). Damit lassen sich bei gleichem Durchmesser der Plastflaschen verschiedene Brennweiten realisieren. Die Brennweite muß man dann übrigens mit der obigen Formel wirklich errechnen; es gilt nicht der einfache Zusammenhang wie beim Wasser. So gefüllte Flaschen haben dann sogar in Wasser als umgebendem Medium (z. B. in einem Aquarium) noch eine Sammellinsenwirkung.

Genügend stabile Plastflaschen kann man mit Luft gefüllt unter Wasser setzen, ohne daß sie dabei ihre Form verändern. Sie wirken dann als stark zerstreuende Zylinderlinsen. Das ergibt sich aus obiger Formel, wenn man die Vorzeichen berücksichtigt; es folgt nämlich ein negativer Brechwert bzw. eine negative Brennweite.

Dr. Christian Ucke
Technische Universität München
Physikdepartement 20
85748 Garching