

Der aufwärtsrollende Doppelkegel

Christian Ucke und Jürgen Becker

Wenn Gegenstände ohne erkennbare Energiezufuhr scheinbar eine schiefe Ebene aufwärtsrollen, widerspricht das unmittelbarer Erfahrung und physikalischem Grundwissen. Der aufwärtsrollende Doppelkegel ist ein schönes Beispiel dafür, wie ein Experiment als Lehrmittel Verblüffung bei Laien hervorruft und als etwas abgewandeltes Spielzeug Spaß erzeugt.

Schon im 18. Jahrhundert beschreibt Gravesande [1] ein Experiment, bei dem ein Doppelkegel eine schiefe Ebene scheinbar hinaufrollt. Die schiefe Ebene wird aus zwei Schienen bzw. Schneiden gebildet, die einen Winkel α miteinander bilden.

Der Doppelkegel kann natürlich nur deshalb hochlaufen, weil sich sein Schwerpunkt beim Abrollen der Kegelflächen auf den Schienen abwärts bewegt. Das wird dadurch ermöglicht, daß der Auflagepunkt des Doppelkegels auf den Schienen zu den Kegelspitzen wandert. Bei genauer Betrachtung des rollenden Kegels von der Seite läßt sich die Bewegung des Schwerpunkts auch direkt beobachten.

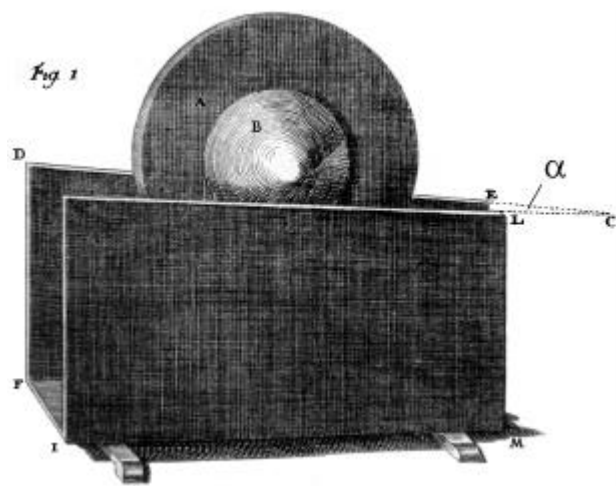


Abb.1: Ein Doppelkegel läuft eine schiefe Ebene scheinbar hinauf (Stich aus Gravesande [1]).

Die Bedingung, unter der diese Bewegung stattfinden kann, hängt von dem Öffnungswinkel γ des Kegels, dem Öffnungswinkel α der Schienen und dem Anstiegswinkel β der Schienen ab (siehe: **Aufwärtsrollender Doppelkegel - Rollbedingungen**).

Das Experiment ist auch in diversen Büchern für Schulexperimente beschrieben [2, 3]. Es ist in Science-Centers wie der Phänomentalia realisiert worden, zudem läßt es sich leicht selbst bauen (siehe Baukasten). Auch als Übungsaufgabe für Physiker hat es seinen Niederschlag gefunden [4].

In der Eisenbahntechnik hat eine andere Eigenschaft des Doppelkegels eine gewisse Bedeutung. Die Ablaufläche von Eisenbahnradern ist in dem auf den Schienen aufliegenden Teil wie ein Doppelkegel geformt. Setzt man einen Doppelkegel schiefwinklig auf etwas

abwärts geneigte Modellbauschienen auf, rollt er taumelnd los und stabilisiert sich in Form einer exponentiell abnehmenden Sinuskurve bis zum Geradeauslauf. Je größer der Kegelwinkel ist, um so schneller findet die 'Stabilisierung in Sinuslinien' statt. Störungen im Gleichlauf von Eisenbahnrädern gleichen sich auf diese Weise von selbst aus. Die Stabilisierung der Abrollbewegung läßt sich im übrigen auch bei dem aufwärtsrollenden Doppelkegel auf den Winkelschienen beobachten.

Reizvoll ist eine Konstruktion, bei der zwei aufwärtsführende und auseinanderlaufende Schienen am höchsten Punkt miteinander verbunden werden. Der Doppelkegel führt dann eine oszillierende Bewegung zwischen den Endpunkten dieser Doppelschiene durch und kommt schließlich beim höchsten Punkt zur Ruhe. Diese Konstruktion funktioniert um so besser, je größer das Trägheitsmoment des Doppelkegels und je geringer die Reibung auf den Schienen sind.

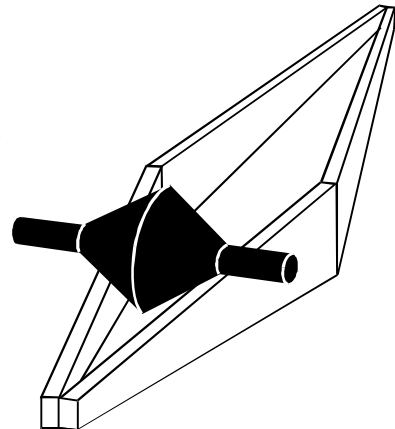


Abb.2: Ein Doppelkegel schwingt um die Mitte dieser Doppelschiene hin und her und kommt am höchsten Punkt zur Ruhe.

Eine überraschende Abwandlung des Experiments findet sich in einem ebenfalls schon älteren Buch über die Verwendung von physikalischem Spielzeug im Unterricht [5]. Das unter dem Namen Diabolo bekannte Spielzeug rollt auch eine schiefe Ebene hinauf. Nur sind hier die Verhältnisse gegenüber dem vorher diskutierten Doppelkegel gerade umgedreht (Abb. 3). Das Diabolo ist genauso ein Doppelkegel, nur eben an den Spitzen miteinander verbunden.

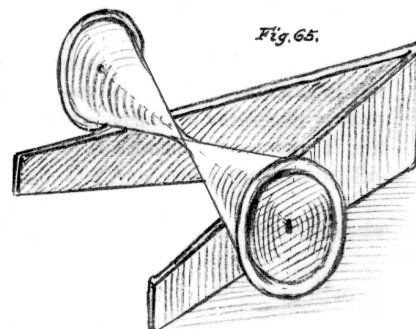


Abb.3: Ein Diabolo rollt ebenfalls eine schiefe Ebene hinauf.

Das gleiche Prinzip einer auseinanderlaufenden und bergansteigenden Schiene wie beim Doppelkegel wird in einem Geschicklichkeitsspiel verwendet, das unter dem Namen Sisyphus, Rolling Ball o. ä. vertrieben wird (Abb. 4). Hier wird jedoch statt des Doppelkegels eine Kugel benutzt.

Der Spieler kann den Öffnungswinkel α der Schienen verändern. Es gilt, die Kugel soweit wie möglich hinaufrollen und dann in die mit Zahlen versehenen Vertiefungen fallen zu lassen. Und das bedarf einiger Übung. Mit zwei Billardqueues und einer dazugehörigen Kugel läßt sich dieses Spiel leicht realisieren [5].

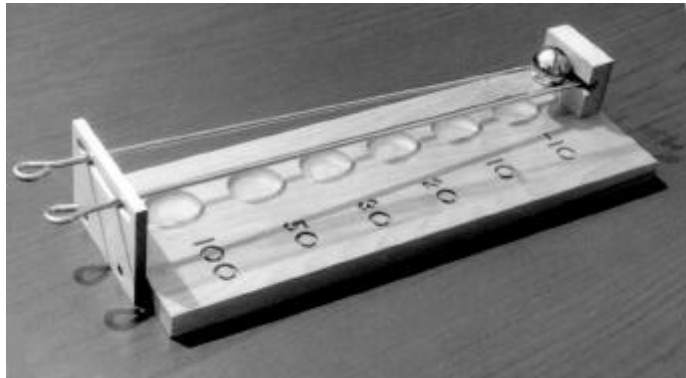


Abb.4: Eine Kugel soll durch Verändern des Öffnungswinkels der Metallstangen soweit wie möglich nach oben befördert werden.

Der Doppelkegel zeigt von der Konstruktion her einen klaren Aufbau und ist insofern eher als - sogar schon ziemlich altes - Lehrmittel einzuordnen. Bei der Vorführung wird er zunächst Verblüffung hervorrufen. Ist das physikalische Prinzip erkannt, hat er seine Funktion erfüllt und ist dann nicht mehr sehr interessant - außer vielleicht für Physiker. Die Konstruktion mit der Kugel ist hingegen ein Spiel, das zu kleinen Wettkämpfen einlädt und von Kindern eher als Herausforderung empfunden wird. Die Physik tritt dann in den Hintergrund.

Literatur:

- [1] s'Gravesande G. J.: Physices Elementa Mathematica Experimentis Confirmata, Leiden, 1748
- [2] Hahn, H.: Physikalische Freihandversuche I, Berlin, Verlag von Otto Salle, 1905
- [3] Friedrich, A.: Handbuch der experimentellen Schulphysik (Bd. 2), Köln, Aulis Verlag, 1962
- [4] Mitter, H.: Mechanik, Vorlesungen zu theoretischer Physik 1, BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1989
- [5] Dussler, G.: Spiel und Spielzeug im Physikunterricht, Verlag Otto Salle, Frankfurt a.M. 1933; Reprint 1995 erhältlich in der Physik-Boutique (s.u.)

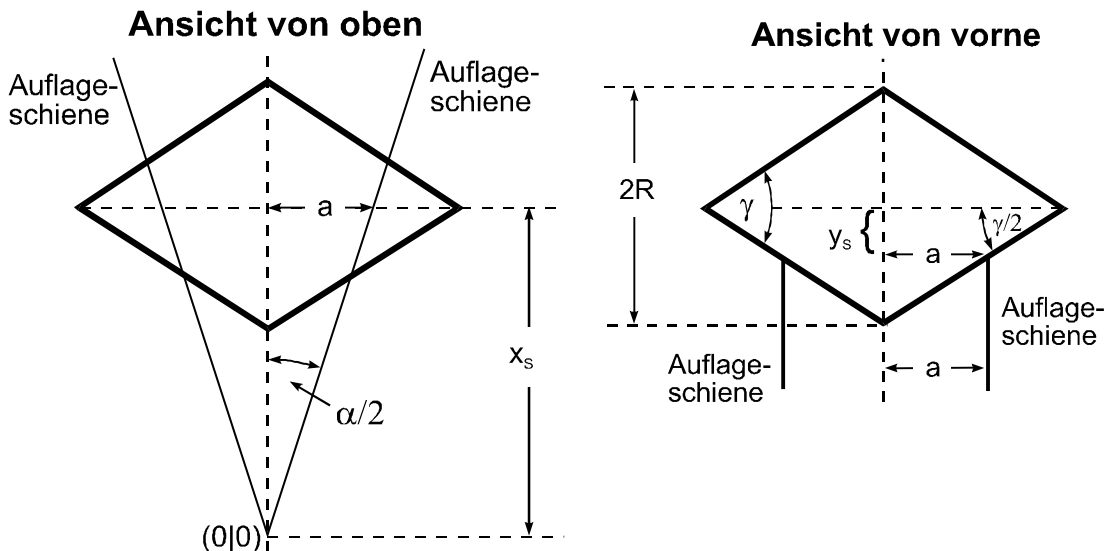
Der aufwärtsrollende Doppelkegel sowie das Spiel Sisyphus sind erhältlich in der Physik-Boutique, Stark-Verlag, Postfach 1852, 85318 Freising.

Anschriften:

Dr. Christian Ucke, Physikdepartment E 20, Techn. Univ. München, 85747 Garching
Jürgen Becker, Emmy-Noether-Gymnasium, Noether-Str. 49b, 91058 Erlangen

Aufwärtsrollender Doppelkegel - Rollbedingungen

In einem geeigneten Koordinatensystem läßt sich die Position des Doppelkegels beschreiben. Der Schwerpunkt habe die Koordinaten $(x_S | y_S)$. Der Öffnungswinkel der Auflageschienen sei α ; der des Kegels γ .

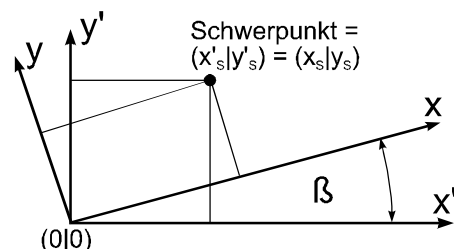


Mit $\tan(\alpha/2) = a/x_S$ und $\tan(\gamma/2) = (R-y_S)/a$ ergibt sich

$$y_S = R - a \cdot \tan(\gamma/2) = R - x_S \cdot \tan(\alpha/2) \cdot \tan(\gamma/2).$$

Bei Drehung eines Koordinatensystems (Drehwinkel β) gilt:

$$\begin{aligned} y'_S &= x_S \cdot \sin\beta + y_S \cdot \cos\beta \\ &= x_S \cdot \sin\beta + (R - x_S \cdot \tan(\alpha/2) \cdot \tan(\gamma/2)) \cdot \cos\beta \\ &= x_S \cdot (\sin\beta - \tan(\alpha/2) \cdot \tan(\gamma/2) \cdot \cos\beta) + R \cdot \cos\beta \end{aligned}$$



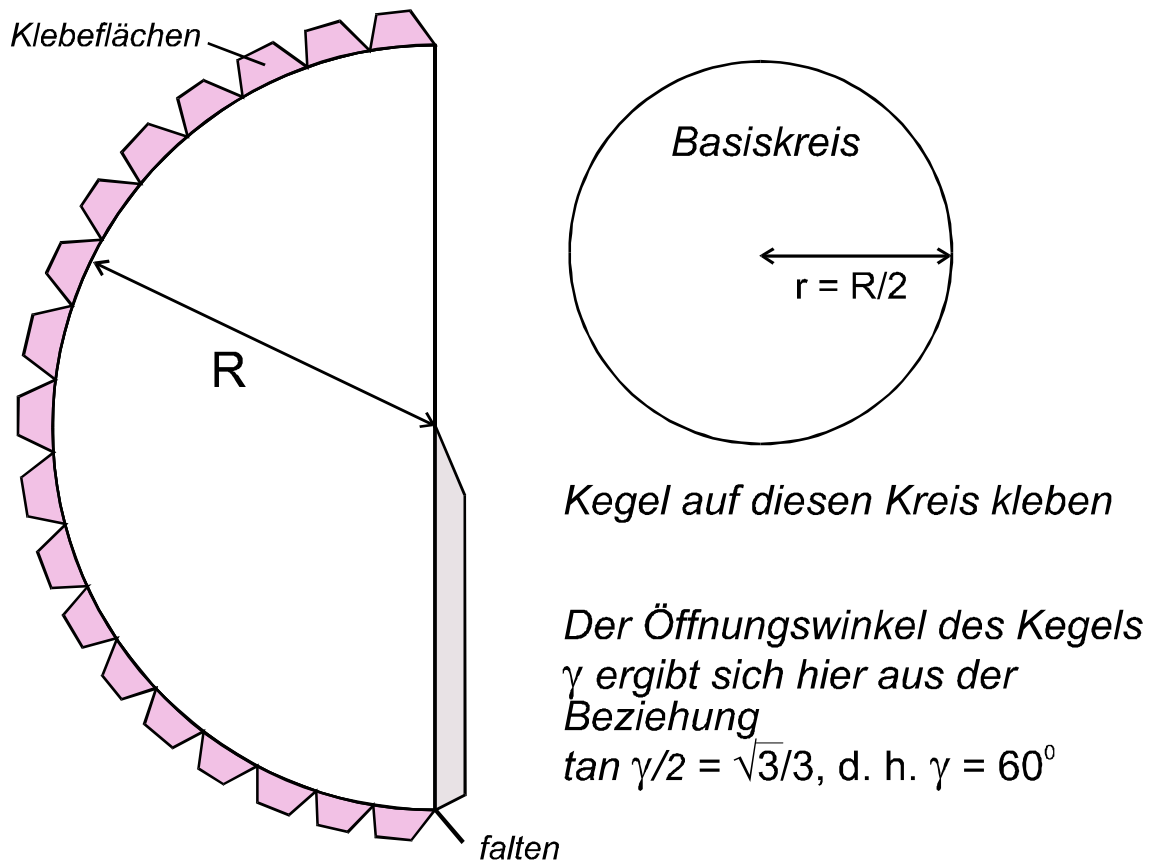
Wenn der Ausdruck in der Klammer negativ ist, wird y'_S mit zunehmendem x_S , d.h. auch zunehmendem x'_S kleiner, d.h. der Schwerpunkt geht nach unten. Das ist die Bedingung für das 'Hinaufrollen'. Die Bedingung für ein Aufwärtsrollen lautet also:

$$\tan\beta < \tan(\alpha/2) \cdot \tan(\gamma/2)$$

In der Literatur finden sich etwas andere Formeln [H. KERN: Physik und Didaktik **14** (1986), S.155-157], die sich bei kleinen Winkeln β und α aber praktisch nicht unterscheiden. Man muß bei der Herleitung sehr genau auf die Definitionen der Winkel achten.

Baukasten:

Vergrößern Sie auf einem Kopierer die Abbildung soweit, bis der Basiskreis etwa einen Durchmesser von 5cm aufweist. Kopieren Sie die Vorlage zweimal auf Zeichenpapier; etwa 150g/m²-Papier schlucken Kopierer meist noch.



Schneiden Sie die Halbkreise aus, biegen die markierten Flächen nach innen und kleben Sie die daraus formbaren Kegel beidseitig auf den Basiskreis. Steckt man durch die entsprechend mit einer kleinen Öffnung versehenen Kegelspitzen eine Stricknadel o. ä., läßt sich der Doppelkegel bequemer handhaben. Zwei Schnitten (hier nicht abgebildet) lassen sich ebenfalls aus Karton hinreichend stabil herstellen. Den Anstiegswinkel β und den Öffnungswinkel α kann man dabei leicht variieren.

Eine massivere Konstruktion erhält man, indem man zwei kleinere, in Haushaltwarengeschäften erhältliche Plastiktrichter zu einem Doppelkegel zusammenklebt. Füllt man diese Anordnung fest mit Sand o. ä., läßt sich ein größeres Trägheitsmoment erzielen. Die zugehörigen Schienen müssen stabiler aus Holzleisten bzw. Metallstäben gefertigt werden.