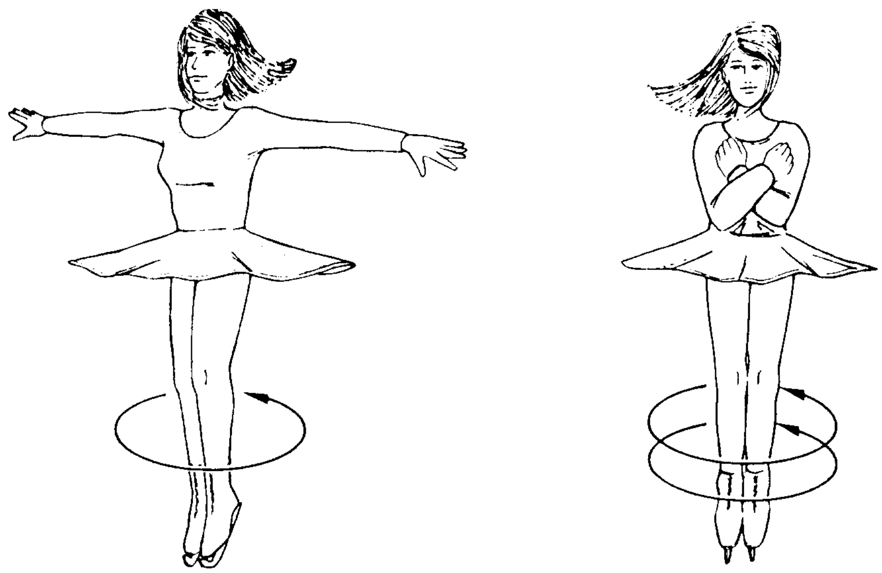
TRÄGHEITSMOMENT



TRÄGHEITSMOMENT

Das Trägheitsmoment ist eine physikalische Größe, der bei Drehbewegungen von Körpern eine wesentliche Bedeutung zukommt. Es entspricht der Masse bei einer geradlinigen Bewegung. Ähnlich schwer wie eine große Masse zu beschleunigen ist, sind Körper mit großem Trägheitsmoment in Drehung zu versetzen.

Der Begriff des Trägheitsmoments spielt in der Technik eine bedeutende Rolle, findet auch beim Sport (Saltos, Pirouetten, Drehungen am Reck usw.) eine Anwendung. Direkte Bedeutung in der Medizin hat er wenig. Ein Beispiel stellt die Mechanik des Mittelohres dar, bei der die Knochen so gebaut und gelagert sind, daß die Trägheitsmomente möglichst klein sind und damit das Ohr sehr empfindlich wird.

Dieser Versuch hat zum wesentlichen Ziel, Sie mit den in der Physik wie auch in der Medizin häufig vorkommenden Methodik der Überschlagsrechnung vertraut zu machen. Sie
haben die Möglichkeit, Ihr eigenes Trägheitsmoment experimentell zu bestimmen.

Physikalische Grundlagen

1 Trägheitsmoment, Drehimpuls, Drehimpulserhaltung

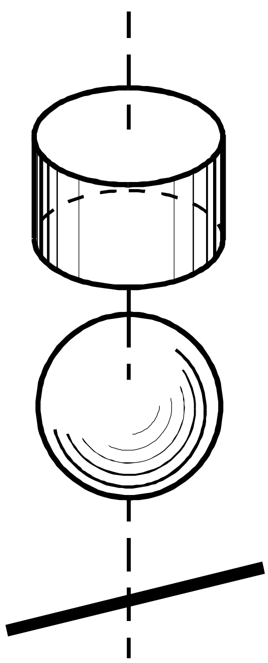
Das Trägheitsmoment (Symbol J) eines Körpers bezüglich einer Drehachse ist eine physikalische Größe, die bei der Drehung von Körpern eine Rolle spielt. Mit ihm lassen sich physikalische Gesetze, die für geradlinige Bewegungen gelten, auf analoge Weise für Drehbewegungen formulieren.

Für einen Massenpunkt der Masse m, der sich im Abstand r um eine Achse dreht, **definiert** man als Trägheitsmoment J:

$$J = m \cdot r^2$$

Einen ausgedehnten Körper kann man sich aus vielen Massenpunkten m_i in verschiedenen Abständen r_i bezüglich einer Drehachse zusammengesetzt denken. Für das Trägheitsmoment gilt dann $J = \Sigma m_i \cdot r_i^2$.

Die **Berechnung** von Trägheitsmomenten ist nur für relativ einfache Körper (z.B. Zylinder, Kugel usw.) leicht möglich. Für unregelmäßige Körper, wie z.B. den Menschen,wird es **gemessen** bzw. näherungsweise berechnet (z.B. kann der Mensch in grober Vereinfachung als Zylinder angenommen werden).



Zylinder (Radius R)

$$J = \frac{1}{2} m \cdot R^2$$

Kugel (Radius R)

$$J = \frac{2}{5} m \cdot R^2$$

langer dünner Stab (Länge l)

$$J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$$

Abb.1: Beispiele berechenbarer Trägheitsmomente. Die Drehachse geht in der gezeichneten Lage jeweils durch den Schwerpunkt.

Für Studenten mit mathematischemVorwissen:

$J = m \cdot r^2$ gilt für **einen** Massenpunkt, entsprechend für n Massenpunkte:

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

Von der Summation geht man über zur Integration, sodaß sich allgemein folgende Formel zur Berechnung von Trägheitsmomenten ergibt:

$$J = \int r^2 dm$$

Beispiel: Zylinder

Dichte ρ = Masse m/Volumen V, d.h. $m = \rho \cdot V$; Zylindervolumen $V = h \cdot r^2 \cdot \pi$
Aus $dm/dV = \rho$ folgt $dm = \rho \cdot dV$ und aus $dV/dr = h2r\pi$ folgt $dV = h2r\pi \cdot dr$.
Damit ergibt sich $dm = \rho \cdot h2r\pi \cdot dr$ und weiter

$$J = \int_0^R \rho h 2\pi r^3 dr = \rho h 2\pi \cdot \frac{R^4}{4} = \rho h \pi R^2 \cdot \frac{R^2}{2} = m \cdot \frac{R^2}{2}$$

Das Trägheitsmoment hängt von der vierten Potenz des Radius ab!
Für die Kugel ist diese Berechnung noch etwas aufwendiger (Polarkoordinaten).

Die Trägheitsmomente mehrerer Körper (J_1, J_2, J_3, ...), die sich auf **dieselbe** Achse beziehen und die sich auf **derselben** Achse befinden, kann man direkt addieren, um das gesamte Trägheitsmoment zu erhalten:

$$J_{gesamt} = \sum_{i=1}^{n} J_i$$

Ein Körper hat bezüglich verschiedener Drehachsen verschiedene Trägheitsmomente. Hat man zwei **parallele** Drehachsen, bezüglich derer man die Trägheitsmomente wissen möchte, und geht eine der Achsen durch den Schwerpunkt des Körpers, so gilt der **Satz von Steiner**:

$$J = J_{S} + m \cdot a^2$$

(J_S = Trägheitsmoment bezüglich der Achse durch den Schwerpunkt; J = Trägheitsmoment bezüglich einer zur Drehachse durch den Schwerpunkt parallelen Achse; m = Masse des Körpers; a = (senkrechter) Abstand der beiden Drehachsen)

Beispiel: Das Trägheitsmoment eines langen dünnen Stabes der Länge l und Masse m bezüglich einer Drehachse durch den Schwerpunkt und senkrecht zur Stabachse ist:

$$J = \frac{1}{12} m l^2$$

Mit den Satz von Steiner ergibt sich bezüglich einer Drehachse um einen Endpunkt

$$J = \frac{1}{12} m l^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m l^2$$

Zwischenfrage (für die Auswertung des Versuchs wichtig): Welcher Zusammenhang gilt zwischen zwei Trägheitsmomenten J_1 und J_2, deren Drehachsen im Abstand c parallel zueinander sind, aber nicht durch den Schwerpunkt gehen?
(der Schwerpunkt liege in der Ebene, die durch die Drehachsen bestimmt ist)

Der **Drehimpuls L** entspricht dem Impuls bei einer geradlinigen Bewegung. Für den mit der Bahngeschwindigkeit v rotierenden Massenpunkt gilt (mit $v = \omega \cdot r$):

$$L = mvr = mr^2\omega = J \cdot \omega$$

Der letzte Ausdruck gilt auch für einen beliebigen, d.h. nicht punktförmigen Körper:

$$L = J \cdot \omega$$

Damit läßt sich ein sehr wichtiger Erhaltungssatz der Physik formulieren, nämlich der Drehimpulserhaltungssatz:

In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Drehimpulse konstant:

$$\mathbf{L = J_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \omega_2}$$

Führt also ein Bodenturner einen Salto aus, so springt er in gestreckter Haltung ab und reißt plötzlich während des Sprunges den Körper in eine Kauerstellung zusammen. Dadurch verkleinert er sein Trägheitsmoment und vergrößert zugleich aufgrund des Drehimpulserhaltungssatzes seine Winkelgeschwindigkeit so stark, daß sein Körper eine oder mehrere volle Umdrehungen ausführt. Wenn der Turner im geeigneten Augenblick seinen Körper wieder streckt, landet er mit entsprechend verringerter Winkelgeschwindigkeit mit den Füssen auf dem Boden. Abb.2 verdeutlicht den gleichen Sachverhalt beim Eiskunstlauf und beim Turmspringen. (Ob die Kenntnis physikalischer Gesetze die Durchführung derartiger Übungen erleichtert? Oder vielleicht erschwert?)

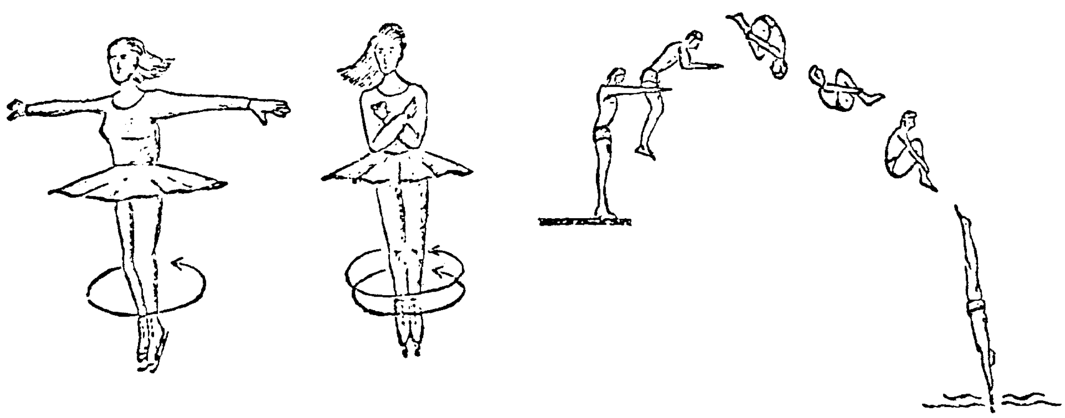


Abb.2: Erhaltung des Drehimpulses bei der Eispirouette und beim Turmspringen.

2 Harmonische Schwingungen

Grundbegriffe und Definitionen:

Eine **Schwingung** ist eine Bewegung, die in periodischer Folge um eine Ruhelage erfolgt (z.B. Schaukel, Feder, Unruhe einer Uhr).
Unter **Elongation** versteht man die momentane Entfernung des schwingenden Körpers von der Ruhelage.
Die maximale Elongation heißt **Amplitude**.
Schwingungszeit oder -dauer T nennt man die Zeit zwischen zwei gleichgerichteten Durchgängen durch die Ruhelage.
Frequenz f ist die Schwingungszahl pro Zeiteinheit und der Kehrwert der Schwingungsdauer T; $f = 1/T$. Die Einheit der Frequenz ist Hertz, Abkürzung Hz. 1Hz = 1/s.

Damit ein Körper eine harmonische Schwingung ausführt, muß auf ihn eine Kraft F wirken, die der Elongation s proportional und entgegengesetzt ist. Dies kann durch eine elastische Feder geschehen, für die nach dem Hookschen Gesetz $F = -D\cdot s$ gilt. Hierbei drückt D die Proportionalität aus, das Minuszeichen besagt, daß die Kraft der Auslenkung entgegengesetzt ist. F nennt man die Rückstellkraft, D die Federkonstante oder Richtgröße.
Die Schwingungsdauer T der harmonischen Schwingung einer elastischen Feder ergibt sich unabhängig von der Amplitude zu:

$$T = 2p\sqrt{\frac{m}{D}}$$

Harmonische Drehschwingungen liegen vor, wenn die Rückstellkraft durch eine verdrillte Feder geliefert wird (z.B. Unruhe einer Uhr). In der Formel für die Schwingungsdauer T gehen hier die entsprechenden Größen der Drehbewegung ein: Die Masse m wird ersetzt durch das Trägheitsmoment J und die Federkonstante D durch die sog. Winkelrichtgröße D* (gesprochen D Stern). Denn die für Translationslationsbewegung geltende Gleichung $F = -D\cdot s$ lautet für die Drehbewegung $M = -D^*\varphi$, d.h. das angreifende Drehmoment M ist proportional und entgegengesetzt zur Auslenkung φ. Es gilt dann:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D^*}}$$

Ein Körper schwingt also um so schneller, je kleiner sein Trägheitsmoment J und je größer die Winkelrichtgröße D* ist. Die experimentelle Bestimmung von D* erfolgt entweder über bekannte Trägheitsmomente durch Messung der Schwingungszeiten oder durch Messung der Auslenkung φ und des zugehörigen Drehmoments M ($M = F\cdot r\cdot \sin\alpha$; siehe Versuch Armmodell). Beide Methoden werden Sie in diesem Versuch anwenden.
Für kleine Auslenkwinkel (d.h. $\sin\varphi \approx \varphi$) vollführt ein sogenanntes **physikalisches Pendel** ebenfalls harmonische Schwingungen. Darunter versteht man einen Körper der Masse m mit beliebiger Massenverteilung, der aufgrund seiner Gewichtskraft G um eine nicht durch den Schwerpunkt gehende Achse schwingt. Es ergibt sich (s = Abstand Drehpunkt - Schwerpunkt):

$$D^* = M/\varphi = G\cdot s\cdot \sin\varphi/\varphi = m\cdot g\cdot s \quad \text{mit } g=9{,}81\ \mathrm{ms^{-2}}$$

Daraus folgt für die Schwingungsdauer T

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot s}}$$

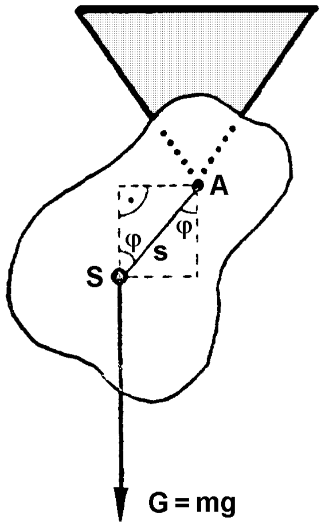


Abb.3: Physikalisches Pendel

A: Aufhängepunkt
S: Schwerpunkt
s: Abstand A-S

3 Extrapolation von Trägheitsmomenten

Sie messen bei diesem Versuch sowohl das Trägheitsmoment einer Puppe, als auch das eines wirklichen Menschen. Geht man davon aus, daß beide Figuren ähnlich sind, läßt sich auch ein Zusammenhang zwischen beiden Trägheitsmomenten herstellen. Oder anders ausgedrückt: Man kann von den Messungen an der Puppe unter Ausnutzung gewisser Größenverhältnisse der Puppe zum Menschen auf das Trägheitsmoment des Menschen extrapolieren.
Für das Trägheitsmoment der Puppe gilt, wenn man sich den Körper in viele kleine Massenelemente m_i mit dem Abstand r_i zerlegt vorstellt (siehe Abb. 4)

$$J_{Puppe} = \Sigma\, r_i^2 \cdot m_i$$

Für den menschlichen Körper gilt das Gleiche:

$$J_{Mensch} = \Sigma\, R_i^2 \cdot M_i$$

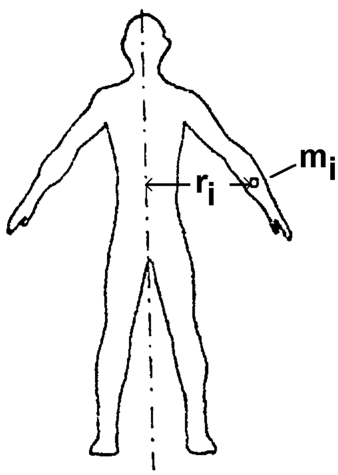


Abb.4: Zerlegung von Mensch und Puppe in Massenelemente

Nimmt man an, daß die Abstände R_i beim menschlichen Körper genau im Verhältnis der Länge von menschlichem Körper L zur Puppenlänge l größer sind, als die Abstände r_i entsprechender Massenelemente bei der Puppe dann gilt:

$$R_i = r_i \cdot \frac{L}{l}$$

Eine derartige Annahme trifft sicher nur sehr näherungsweise zu, insbesondere dann sehr schlecht, wenn man dicke Menschen mit der verhältnismäßig schlanken Puppe vergleicht.

Nimmt man weiter an, daß die entsprechenden Massenelemente M_i des menschlichen Körpers und der Puppe m_i sich zueinander verhalten wie die Gesamtmassen beider Körper M bzw. m (unter welchen Umständen gilt das?), kann man schreiben:

$$M_i = m_i \cdot \frac{M}{m}$$

Mit diesen beiden Beziehungen kann man schließlich eine Beziehung zwischen den Trägheitsmomenten von menschlichem Körper und Puppe herstellen:

$$\underline{\underline{J_{Mensch}}} = \sum M_i R_i^2 = \sum m_i \cdot \frac{M}{m} \cdot r_i^2 \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^2 = \frac{M}{m} \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^2 \cdot \sum m_i r_i^2 = \underline{\underline{\frac{M}{m} \cdot \left(\frac{L}{l}\right)^2 \cdot J_{Puppe}}}$$

Diese Beziehung (unterstrichenen Teil) benötigen Sie für die Auswertung.

Einige Kontrollfragen, die Sie am günstigsten schon vor der Versuchsdurchführung bearbeitet haben sollten:

1) Welche Dimension (nicht zu verwechseln mit Einheit) haben Kraft, Frequenz, Kreisfrequenz, Trägheitsmoment, Winkelrichtgröße?

2) Welche Einheiten haben die Größen aus Aufgabe 1) im SI- System?

3) Wie groß sind die Winkel von 10^0, 30^0, 90^0, 180^0 im Bogenmaß?

4) Welches Trägheitsmoment hat ein Massenpunkt von 100g bezüglich einer 10cm entfernten Drehachse (in kgm^2 und gcm^2)?

5) Welches Trägheitsmoment hat ein Zylinder der Masse 70kg und dem Durchmesser von 24cm bezüglich der Zylinderachse als Drehachse? (Angabe in der Einheit kgm^2).

6) Welches Drehmoment M erzeugt eine Kraft von 1,5N, die in einem Abstand von 12cm von einer Drehachse angreift?

Versuchszubehör

1 Zur Bestimmung der Trägheitsmomente einer menschlichen Puppe

Drillachse mit Befestigungsmöglichkeit für Messingzylinder
Federwaage (0 bis 2N)
Digitalwaage (für zwei Versuche TRÄ gemeinsam)
Reckmodell
Stoppuhr (evtl. Lichtschranke)
Meßlehre mit Digitalanzeige

2 Zur Bestimmung der Trägheitsmomente des eigenen Körpers

Großer Drehteller (evtl. Schreiber)
diverse Federwaagen (bis max. 100N)
Personenwaage (mit Maßstab zur Bestimmung der Körpergröße); für 2 Versuche gemeinsam

Versuchsdurchführung

(die Versuchsauswertung soll soweit wie möglich im Praktikum durchgeführt werden)

Kurzer Überblick:
Der Versuch teilt sich in zwei Abschnitte.
Zuerst wird das Trägheitsmoment einer etwa 30cm langen Puppe eines menschlichen Körpers um verschiedene Achsen und mit verschiedenen Körperstellungen bestimmt. Dies geschieht zum einen auf einer kleinen Drillachse und zum anderen mit Hilfe eines Reckmodells.
Im zweiten Teil kann das Trägheitsmoment des eigenen Körpers mit einem großem schwingungsfähigen Drehteller, auf den man sich draufstellen kann, ermittelt werden.

1 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Puppe

1.1 Bestimmung des Trägheitsmomentes auf der Drillachse (Gerätenr. notieren!).

Um Trägheitsmomente aus der Formel $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D^*}}$ bestimmen zu können, muß man die Winkelrichtgröße D* ermitteln und die Schwingungsdauer T messen. Die Winkelrichtgröße D* wird bei diesem Versuch mit zwei verschiedenen Methoden bestimmt.

1.1.1 Erste Bestimmung der Winkelrichtgröße D*

Durch die seitliche Bohrung an der Drillachse wird eine Stange mit einer Öse gesteckt. Mit einer geeigneten Federwaage messen Sie gemäß Abb.5 die zu verschiedenen Auslenkungen (90^0; 180^0; 360^0 usw., die Winkel werden sinnvoll geschätzt; mindestens sechs

Winkel) zugehörigen Tangentialkräfte F. Außerdem müssen Sie den Abstand r der Öse, an der die Federwaage eingehängt wird, zur Drillachse messen.

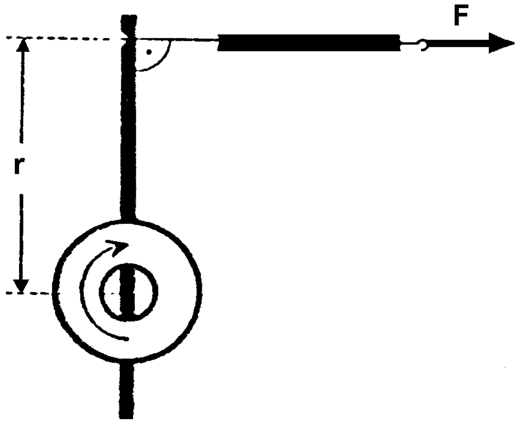


Abb.5: Zur Messung der Tangentialkräfte

Mit dem Wert der für 360^0 gemessenen Kraft sollen Sie jetzt sofort eine Überschlagsrechnung für die Winkelricht-größe D* machen! Einheit Nm/rad! Überschlagsrechnung heißt: Alle Werte so weit auf- oder abrunden und in die Formel einsetzen, daß die Rechnung leicht und schnell und möglichst im Kopf durchzuführen ist. Das Ergebnis ist zwar ungenau, stellt aber einen sehr sehr wertvollen Anhaltspunkt für die Größenordnung der interessierenden Größe dar. Auf die Einheiten muß bei einer Überschlagsrechnung besonders sorgfältig geachtet werden, ins-besondere wenn zwei verschiedene Einheiten derselben Dimension vorkommen (z.B. Einheiten cm und m; Dimension Länge).

1.1.2 Zweite Bestimmung der Winkelrichtgröße D*

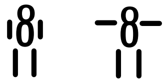
Ermitteln Sie mit der Meßlehre die Abmessungen des Messingzylinders und der Stange; die Stange läßt sich aus dem Zylinder herausschrauben.
Nummer des Zylinders notieren!
Berechnen Sie sofort die Masse des Zylinders und der Stange (Dichte von Messing $8{,}33 g/cm^3$).
Messen Sie mit einer Waage die Masse je des Zylinders und der Stange.
Vergleichen Sie diese Messungen mit den Berechnungen.
Messen Sie die Schwingungsdauer von 10 Schwingungen (mindestens 2 Mal und jeder Student in der Gruppe!).
Machen Sie auch hier eine Überschlagsrechnung für D* und vergleichen Sie diesen Wert mit dem vorhergehenden Wert!
Stimmen beide Werte etwa überein? (Unterschiede um einen Faktor von 2 oder 10 sind sehr verdächtig).

1.1.3 Trägheitsmoment der Puppe

Nummer der Puppe notieren.
Nachdem Sie D* bestimmt haben (eine genaue Berechnung erfolgt in der endgültigen Auswertung) stellt die Drillachse ein Meßgerät dar, mit dem man relativ leicht Trägheits-momente bestimmen kann.
Schrauben Sie die Halterung für die Puppe auf den Messingzylinder und messen Sie die Schwingungszeiten für verschiedene Stellungen der Puppe. Für jede Position muß die

Schwingungszeit mindestens zweimal bestimmt werden. Dies gilt für alle Schwingungsmessungen. Ausgeleierte Puppenglieder evtl. mit Gummibändchen oder Tesafilm stabilisieren.
Auf diese Weise messen Sie zwar Trägheitsmoment von Puppe und Zylinder zusammen. Die Schwingungszeiten liegen dann aber in einer bequemer meß- und beobachtbaren Größenordnung, als wenn Sie den Zylinder weglassen würden.
Das Trägheitsmoment des Zylinders müssen Sie natürlich bei der Auswertung rechnerisch berücksichtigen.

Folgende Stellungen müssen auf jeden Fall gemessen werden:

Halterung zwischen den Beinen 

Halterung an der Seite :

Messen Sie die Länge der Puppe in
der gleichen Stellung, wie üblicherweise die Körpergröße des Menschen bestimmt wird.

1.2 Bestimmung des Trägheitsmomentes am Reckmodell

Messen Sie die Schwingungszeit der Puppe in gestreckter Haltung (bei kleinen Auslenkungswinkeln!!; warum?)
Bestimmen Sie die Masse der Puppe auf der Waage (justieren nicht vergessen).
Bestimmen Sie folgende Abstände (inkl. Fehler) für die gestreckte Haltung der Puppe:

a) Abstand Schwerpunkt der Puppe zur Reckstange (Puppe am Reckmodell hängend)

b) Abstand Schwerpunkt der Puppe zu der Drehachse, die durch die an der Puppe seitlich angebrachte Halterung geht.

2 Bestimmung des Trägheitsmomentes des menschlichen Körpers

2.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße des Drehtellers

Messen Sie an dem Drehteller mit einer Federwaage die angreifenden Tangentialkräfte für mehrere Auslenkwinkel zwischen 0^0 und 90^0 (ähnlich wie in Abb.5) und zwar im Uhr-zeigersinn und entgegengesetzt.
Mindestens 10 Messungen! Winkel von 90^0 nicht überschreiten! Federwaagen nicht verbiegen!
Bestimmen Sie den Abstand Angriffspunkt der Federwaage zum Drehpunkt des Drehtellers.
Machen Sie auch hier eine Überschlagsrechnung für D* (z. B. mit dem für 90^0 Auslenkung gemessenen Wert der Tangentialkraft).

2.2 Bestimmung des Trägheitsmoments des Drehtellers

Die Plattform des Drehtellers hat selbst bereits ein erhebliches Trägheitsmoment, das bekannt sein muß, bevor man das Trägheitsmoment des eigenen Körpers bestimmen kann.
Stoppen Sie die Schwingungszeit des unbelasteten Drehtellers.
Machen Sie eine Überschlagsrechnung für das Trägheitsmoment mit dem Ergebnis der Überschlagsrechnung für D* aus Punkt 2.1.
Zusatzfrage: Versuchen Sie aus den Abmessungen des Drehtellers sein Trägheitsmoment abzuschätzen (Dichte von Aluminium 2,7g/cm^3)

2.3 Trägheitsmoment des eigenen Körpers

Stellen Sie sich selbst auf den Drehteller und messen Sie die Schwingungszeiten bei einigen Körperhaltungen.
Es ist eine gewisse Kunst, seinen Körper dabei so ruhig zu halten, daß die Schwingungen nicht allzusehr beeinflußt werden.
Falls Sie daran interessiert sind, zeigt Ihnen Ihr Betreuer, wie Sie die Schwingungen mit Hilfe eines Schreibgerätes automatisch aufzeichnen können.
Machen Sie eine Überschlagsrechnung für Ihr eigenes Trägheitsmoment.

2.4 Extrapolation von Trägheitsmomenten

Bestimmen Sie auf der Personenwaage Ihre Masse und mit dem daran befindlichen Maßstab Ihre Körpergröße.

2.5 Trägheitsmoment bei Astronauten

Lassen Sie sich bei Interesse vom Betreuer ein Videoband vorführen, das die Bedeutung des Trägheitsmoments bei Turnübungen von Astronauten im schwerefreien Raum zeigt.

Versuchsauswertung

Die folgende Numerierung der Abschnitte bezieht sich auf die entsprechenden Punkte der Versuchsdurchführung.
1.1.1
Berechnen Sie die Winkel im Bogenmaß und aus der zugehörigen Kraft und Radius die entsprechenden Drehmomente.

Tragen Sie das Drehmoment M in Abhängigkeit vom Winkel φ in eine Zeichnung ein und legen nach Augenmaß eine Gerade durch die Punkte (Karopapier genügt).
Bestimmen Sie aus der Geraden in der Zeichnung die Winkelrichtgröße D*.
Wie gut war Ihre Überschlagsrechnung für D*?

1.1.2
Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Messingzylinders
(Dichte von Messing = 8,32g/cm^3) und mit Hilfe der Schwingungszeit die Winkelrichtgröße D*.
Wie gut stimmt dieser Wert mit dem aus Punkt 1.1.1 überein?
Welchen Wert verwenden Sie für die weitere Auswertung?

1.1.3
Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Puppe in den verschiedenen Positionen.
Vergessen Sie nicht, das Trägheitsmoment des Messingzylinders zu berücksichtigen.

1.2
Aus der Formel für das physikalische Pendel läßt sich das Trägheitsmoment der Puppe am Reckmodell bezüglich der Reckstange als Drehachse ermitteln.
Mit Hilfe des Steinerschen Satzes ermitteln Sie nun das Trägheitsmoment der Puppe bezüglich der Drehachse um die seitliche Halterung und vergleichen den Wert mit dem unter Punkt 1.1.3 berechneten Trägheitsmoment der Puppe für die gestreckte Haltung.

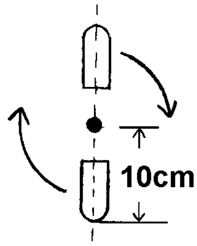
2.1
Zeichnen Sie nun in ein Diagramm die Kraft F als Funktion der Auslenkung φ (im Bogenmaß!; günstigerweise als Vielfaches von π) und legen die bestmögliche Gerade durch die Meßpunkte (Karopapier genügt).
Bestimmen Sie aus der Steigung der Geraden die Winkelrichtgröße D* des Drehtellers.

2.2 und 2.3
Ermitteln Sie das Trägheitsmoment des Drehtellers und Ihres Körpers.

2.4
Aus dem Trägheitsmoment der Puppe und dem Verhältnis der Längen und Massen von Puppe und Ihrem eigenen Körper extrapolieren Sie das Trägheitsmoment Ihres Körpers.
Des weiteren schätzen Sie den mittleren Radius Ihres Körpers (z.B. aus dem Umfang) und nehmen Ihren Körper als Zylinder anRechnen Sie damit zur Probe ihre eigene Masse aus! Auf diese Weise können Sie einen weiteren sehr groben Anhaltspunkt für das Trägheitsmoment Ihres Körpers gewinnen.
Vergleichen Sie die beiden so ermittelten Trägheitsmomente mit dem gemessenen Wert aus Punkt 2.3.

Aufgaben

1) Eine Laborzentrifuge drehe sich mit 5000 Umdrehungen pro Minute.
Welche Bahngeschwindigkeit (in km/h) hat das Ende eines Zentrifugenröhrchens, wenn dessen Abstand von der Drehachse 10cm beträgt?

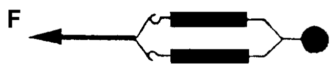


2) Wie lauten die Einheiten von Trägheitsmoment <u>und</u> Winkelrichtgröße ausgedrückt in g, cm und s bzw. N, m und s?
Über welchen Faktor hängen beide Möglichkeiten zusammen?

3) Welchen Fehler (in %) begehen Sie, wenn Sie bei der Messung der Tangentialkräfte nicht exakt tangential ziehen, sondern um 5^0 bzw. 10^0 vom rechten Winkel abweichen?

4) Machen Sie eine Überschlagsrechnung für das Trägheitsmoment Ihres Körpers bezüglich einer Drehachse senkrecht zur Körperachse durch den Schwerpunkt, indem Sie den Körper als Stab annehmen.

5) Sie sollen eine Kraft von etwa 15N messen, haben aber nur zwei Federwaagen zu je 10N zur Verfügung. Welche der beiden Möglichkeiten zur Zusammenschaltung der Federwaagen (Parallel- bzw. Hintereinanderschaltung) ist geeignet, besagte Kraft zu messen?



6) Für die Schwingungsdauer eines Fadenpendels (Fadenlänge l, Masse m am Endpunkt konzentriert) gilt: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
Leiten Sie diese Formel aus der des physikalischen Pendels ab. Wie lang muß der Faden und wie groß die Masse eines Pendels sein, das gerade die Schwingungszeit von einer Sekunde hat?

7) Schätzen Sie zunächst die Schwingungsdauer einer typischen Kinderschaukel.
Schätzen Sie nun den Abstand Schaukel-Drehachse und berechnen Sie die Schwingungsdauer der Schaukel und vergleichen Sie den Wert mit Ihrem geschätzten Wert.
Nehmen Sie die Schaukel näherungsweise als punktförmig an. Wie verändert sich die Schwingungsdauer, je nachdem, ob ein Kind draufsitzt oder nicht?