

Ein Künstler mit Physik

Das Valettsche Federpendel

Christian Ucke/Hans Joachim Schlichting

Die Verbindung von physikalisch-mathematischen Experimenten mit künstlerisch-handwerklicher Inspiration bringt überraschende Kreationen hervor. Jochen Valett hat ein besonderes Federpendel geschaffen.

Eine mit einem passenden Körper belastete vertikal ausgelenkte Schraubenfeder führt eine harmonische Schwingung aus. Dabei verkürzt und verlängert sich die Länge der Feder periodisch. Durch nicht zu vermeidende winzige seitliche Auslenkungen des Schwingers entsteht zusätzlich eine Art Fadenpendel, das mit dem Federpendel gekoppelt ist. Wenn beide Schwingungsarten in der Weise aufeinander abgestimmt sind, dass die Periode der vertikalen Auf- und Abwärtsbewegung gerade der halben Periode der seitlichen Hin- und Herbewegung entspricht, so treiben sich die beiden Schwingungen wechselseitig an – es kommt zur Resonanz. Sie besteht darin, dass die vertikale Schwingung die seitliche Pendelschwingung aufschaukelt bis sie selbst zur Ruhe gekommen ist und dann umgekehrt die Pendelschwingung die vertikale Schwingung antreibt usw. Auf diese Weise kommt es zu einem periodischen Wechsel zwischen reiner Auf- und Abwärtsbewegung und reiner Hin- und Herbewegung (siehe: Metapendel [3]).

Schaut man sich das Federpendel genauer an, so entdeckt man, dass sich die Feder bei jeder Abwärtsbewegung zwangsläufig ein wenig abwickelt, weil durch die Verlängerung der Pendellänge die Drahtlänge pro Windung größer wird. Bei der Aufwärtsbewegung ist es dann genau umgekehrt und die Feder wickelt sich ein wenig auf. Durch die damit verbundene, an den Enden der Feder gut zu beobachtende leichte Drehung um eine gedachte senkrechte Achse wirkt ein Drehmoment jeweils in der einen oder anderen Richtung auf die Körper. Dabei wird Translationsenergie in Rotationsenergie verwandelt.

Umgekehrt führt die Drehung des Körpers dazu, dass die Feder ein wenig auf- oder abgewickelt wird, wodurch sich die Zugkraft der Feder entsprechend ändert. Bei einer Abwicklung wird die Zugkraft der Feder kleiner und der Körper sinkt weiter herab, während bei einer Aufwicklung die Zugkraft zunimmt und der Körper infolgedessen höher aufsteigt.

Stimmt man nun ähnlich wie bei der Kopplung zwischen Feder- und Fadenpendel durch geeignete Maßnahmen die Perioden zwischen Feder- und Torsionspendel aufeinander ab, so erreicht man analog zur Kopplung zwischen vertikaler und seitlicher Schwingung, dass ein permanenter Wechsel zwischen Rotation- und Translationschwingung zustande kommt. Um das zu bewerkstelligen, bleibt einem nichts anderes übrig, als das Trägheitsmoment des Pendelkörpers an die Gegebenheiten anzupassen, denn an den Eigenschaften der Feder lässt sich kaum etwas verändern.

Ein solches in regelmäßiger Weise zwischen Translation und Rotation wechselndes Pendel hat der Engländer Lionel Robert Wilberforce im Jahr 1894 konstruiert. Es ist auch heute noch ein verbreitetes Demonstrationsgerät in physikalischen Praktika und zeigt sehr anschaulich das Phänomen gekoppelter Schwingungen. Als Pendelkörper dient meist ein Metallzylinder, an dem senkrecht zur Achse Gewindestangen mit drehbaren Muttern fixiert sind (Abbildung 1). Indem man die Muttern zum Zylinder hin oder von ihm weg dreht, kann das Trägheitsmoment sehr fein variiert und die Re-

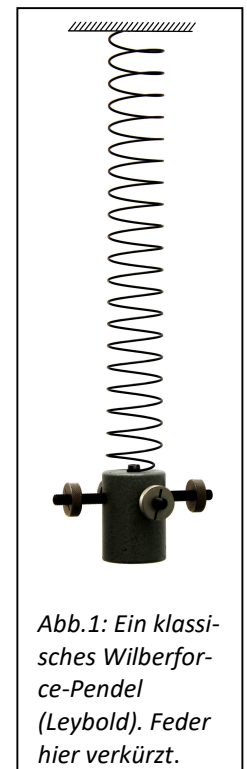


Abb.1: Ein klassisches Wilberforce-Pendel (Leybold). Feder hier verkürzt.

sonanzsituation genau einjustiert werden.

Diese Kopplung zwischen Translations- und Torsionsschwingung ist ein technisch sehr bedeutsames Phänomen, wobei es vor allem darum geht, solche Kopplungen zu vermeiden. Beim Einsturz der Tacoma-Narrows-Brücke 1940 im US-Bundesstaat Washington spielten beispielsweise sich immer stärker aufschaukelnde Torsionsschwingungen, auf die man nicht gefasst war, eine wesentliche Rolle. Der Theoretiker Arnold Sommerfeld hat das Wilberforce-Pendel 1905 ausführlich untersucht [1]. Es ist seitdem immer wieder Gegenstand weiterer Publikationen [2].

Das Federpendel von Jochen Valett

Das Valett-Pendel, das leider nicht mehr produziert wird, ist im Unterschied zu den übrigen auf dem Markt befindlichen Versionen des Wilberforce-Pendels nicht als Lehrmittel gedacht, sondern als ästhetisch ansprechendes kinetisches Kunstobjekt konzipiert. Die konstruktiven Unterschiede zum Wilberforce-Pendel führen zu zusätzlichen interessanten Phänomenen, die es lohnen, etwas eingehender betrachtet zu werden.

Anders als beim klassischen Wilberforce-Pendel verfügt das Valett-Pendel über zwei Pendelkörper in Form von waagrecht ausgerichteten Zylinderstangen. Eine der Stangen hängt wie beim Wilberforce-Pendel unten an der Feder, eine weitere ebenfalls drehbare Zylinderstange ist am oberen Ende der Feder angebracht. Beide Zylinder sind mit den Enden der Feder fest verbunden. Die obere Stange ist außerdem an einem senkrechten zylindrischen Rohr fixiert durch das eine drehbare Angelschnur läuft, an der das gesamte Pendel hängt (Abbildung 3). Das durch die Aufhängung bedingte kleine Gegendrehmoment macht sich jedoch zumindest bei der visuellen Beobachtung nicht bemerkbar.

Startet man das Pendel in gewohnter Weise, indem man es an der unteren Zylinderstange herunterzieht, beginnt eine Längsschwingung mit einer Anfangsdauer von etwa 1,8 s. Rein visuell lässt sich das kaum genauer ermitteln, apparativ wäre ein größerer Aufwand erforderlich. Unmittelbar darauf beginnen beide Stangen mit einer Drehschwingung, deren Dauer ebenfalls 1,8 s beträgt, und schaukeln sich nach etwa 10 s zu ihrer Maximalamplitude auf. Die obere Stange schwingt jedoch in Gegenrichtung mit einer fast doppelt so großen Amplitude wie die untere, da ihr Trägheitsmoment deutlich kleiner ist.

Durch die Drehschwingung wird der Längsschwingung immer mehr Energie entzogen, sodass deren Amplitude deutlich abnimmt und gegen Null geht. Indessen werden die obere und untere Zylinderstange maximal ausgelenkt. Nach weiteren 10 s ist dieser Prozess wieder beendet und es kommt erneut zu maximalen Längsschwingungen. Die mit der Torsion der Schraubenfeder verbundene Verlängerung und Verkürzung lässt sich jetzt sehr schön beobachten, weil der vertikale Abstand der Zylinderstangen zueinander deutlich sichtbar variiert. Insgesamt ergibt sich so eine Periodendauer von etwa 21 s. Nach einem gefühlvollen Start – nicht zu hastig, sodass die Feder nicht zusätzlich in sich schwingt – kann man eine solche Periode bis zu zwanzig Mal beobachten. Den Link zu einem Video, das dieses Schwingungsverhalten des Valett-Pendels demonstriert, finden Sie unter „Literatur“.

Da sich das Ab- und Aufwickeln der Feder infolge ihrer Verlängerung und Verkürzung durch eine entgegengesetzte Drehung ihres oberen und unteren Endes merkbar macht, drehen sich der untere und der obere Zylinder stets in jeweils entgegengesetzte Richtung. Und da die Trägheitsmomente unterschiedlich sind, wird

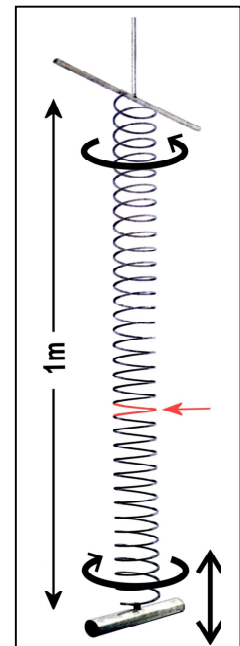


Abb.2: Das Federpendel von Valett mit zwei gegensätzlich rotierenden Zylindern. Rot markiert die 'neutrale' Federwindung



Abb.3: Aufhängung des Federpendels.

ein unterschiedlich großer Teil der Feder vom unteren beziehungsweise oberen Zylinder beansprucht.

Wie eine genaue Untersuchung zeigt, „nutzt“ der schwerere, untere Zylinder mit dem größeren Trägheitsmoment dabei etwa 13 Windungen der Feder in die eine Drehrichtung, während der obere Zylinder die restlichen 21 Windungen für seine Schwingung in Gegenrichtung einbezieht. Die von unten gezählte 13. Federwindung (in Abbildung 2 rot markiert) bleibt bezüglich der Drehschwingungen in Ruhe. Das gilt natürlich nicht für die Längsschwingungen.

Es scheint zunächst etwas paradox, dass der Zylinder mit dem größeren Trägheitsmoment einen kleineren Teil der Feder für seine Drehschwingung einbezieht. Dass dies aber so sein muss, kann man sich folgendermaßen klarmachen: Der Zylinder mit dem kleineren Trägheitsmoment erfährt eine größere Auslenkung, wenn er das Drehmoment des anderen Zylinders kompensiert. Dabei „zieht“ er entsprechend mehr Windungen der Feder mit.

In „**Technische Daten Valett-Pendel**“ sind dazu einige Messwerte und Rechnungen aufgeführt.

Slinky-Wilberforce-Pendel

Mit nicht allzu viel Aufwand kann man ein Wilberforce-Pendel mit einfachen Mitteln herstellen.

Wir haben ein handelsübliches Metallslinky ($\varnothing_{\text{außen}}$ 58 mm; $\varnothing_{\text{innen}}$ 54 mm; 70 Windungen) als Feder benutzt. Um es in normalen Räumen mit einer Höhe von 2,40 m einsetzen zu können, kürzten wir es auf 50 Windungen. Als Pendelkörper diente eine an der untersten Windung befestigte Holzleiste (5 × 12 mm; 30 cm lang). Mit Hilfe von Magneten und anderen ferromagnetischen Objekten, die man auf beiden Seiten der Holzleiste anbringt und die sich daher ohne weitere Befestigung leicht kontinuierlich verschieben lassen, sind Masse und Trägheitsmoment in einem weiten Bereich einstellbar (Abbildung 4).

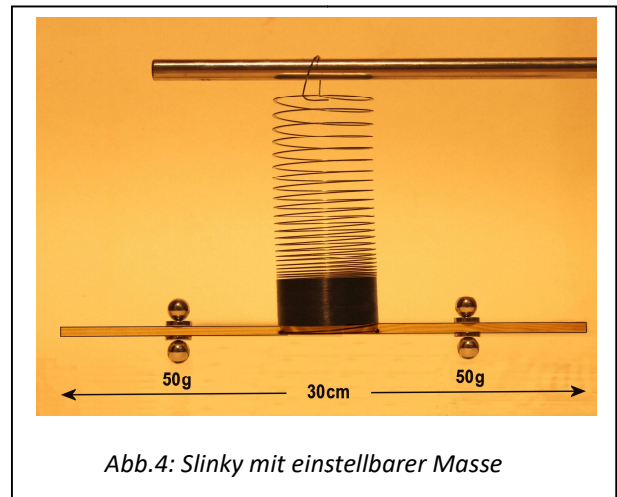


Abb.4: Slinky mit einstellbarer Masse

Im vorliegenden Fall haben wir jeweils magnetische Objekte von je 50 g in einem Abstand von 8 cm vom Mittelpunkt angebracht, was zu einem Trägheitsmoment von 3200 gcm^2 (ohne Holzleiste) führt. In Ruhe hängend dehnt sich die Feder zu einer Länge von 1,2 m. Das auf diese Weise konstruierte Freihand-Wilberforce-Pendel hat eine longitudinale und Rotations-Schwingungsdauer von etwa 1,8 s. Die Periodendauer ist mit etwa 6 s im Vergleich zum Federpendel von Valett (21 s) relativ kurz. Das ist durch die ziemlich kleine Federkonstante üblicher Slinkies und die dadurch bedingt geringen Massen nicht anders zu haben. Mit Geduld lassen sich Optimierungen realisieren.

Derartige Slinky-Wilberforce-Pendel sind im Prinzip schon länger bekannt. Eine neuere – und anspruchsvolle – Veröffentlichung ist [4] und bei YouTube gibt es diverse Videos.

Technische Daten des Federpendels von Valett (gerundete Werte)

Gesamtlänge in aufgehängtem Zustand 128 cm,

Länge der Feder 1 m, Federstahldraht \varnothing 2 mm, Feder \varnothing 7 cm, 34 Windungen,

Federkonstante $D = 12,6 \text{ N/m}$, Winkelrichtgröße $D' = 0,018 \text{ Nm/rad}$.

Gesamtmasse mit Feder und oberen, senkrechten Teil 1,47 kg,

untere, zylindrische Masse 1,03 kg, Trägheitsmoment $I_u = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$,

obere waagerechte, zylindrische Stange 0,23 kg, Trägheitsmoment $I_o = 2,57 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$,

Diese Größen lassen sich relativ leicht wenn auch nicht sehr genau am Pendel messen bzw. berechnen, **ohne** das Kunstwerk dabei auseinander zu nehmen.

Für Längsschwingungen eines an einer Feder hängenden Gewichts gilt in erster Näherung mit den von uns ermittelten Werten

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,045 \text{ kg}}{12,62 \text{ N/m}}} = 1,80 \text{ s}$$

Dieser Wert stimmt mit dem visuell gemessenen Wert perfekt überein. Berücksichtigt man die Masse der mitschwingenden Feder, ergibt sich ein etwas größerer Wert ($T = 1,84 \text{ s}$!).

Für die Winkelrichtgröße **einer** Windung der Feder (34 Windungen) gilt

$$D'_1 = 0,018 \cdot 34 \text{ Nm/rad} = 0,612 \text{ Nm/rad}$$

bzw. für 13 und 21 Windungen

$$D'_{13} = D'_1/13 = 0,047 \text{ Nm/rad} \quad \text{und} \quad D'_{21} = D'_1/21 = 0,0296 \text{ Nm/rad}$$

Eine Windung mehr oder weniger macht sich hier deutlich bemerkbar (~5%).

Für Drehschwingungen einer an einer Feder hängenden Masse mit dem Trägheitsmoment I gilt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D'}}$$

Für die Drehschwingungsdauer der unteren Masse, die 13 Windungen der Feder nutzt

$$T_{13} = 2\pi \sqrt{\frac{I_u}{D'_{13}}} = 2\pi \sqrt{\frac{3,85 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2}{0,047 \text{ Nm}}} = 1,80 \text{ s}$$

und für die obere Masse mit der dünneren und leichteren Stange, die in die Gegenrichtung schwingt, folgt

$$T_{21} = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{D'_{21}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,57 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2}{0,0296 \text{ Nm}}} = 1,85 \text{ s}$$

Die so berechneten Werte stimmen hinreichend untereinander und mit dem gemessenen Wert von 1,80 s überein.

Zusammenfassung

Das Valett-Federpendel ist eine Variation des Wilberforce-Pendels, bei dem am oberen und unteren Ende eines Federpendels zwei Zylinder in gegenläufige Rotation geraten. Hierbei findet ein kontinuierlicher Austausch zwischen der Translationsenergie der Feder und der Rotationsenergie der beiden Zylinder statt – ein Effekt, der nicht nur didaktisch, sondern auch ästhetisch besticht.

Stichwörter

Valett-Federpendel, Wilberforce-Pendel, Federpendel, Rotationspendel

Literatur

- [1] **Sommerfeld, A.:** Lissajous-Figuren und Resonanzwirkungen bei schwingenden Schraubenfedern, in Wüllner-Festschrift, Verlag Teubner, Leipzig 1905
- [2] **Köpf, U.:** Wilberforce's pendulum revisited, American Journal of Physics 58 (1990), 833-837
- [3] **Schlichting, H. J., Ucke, C.:** Das "Metapendel" oder: eine sich selbst antreibende Schaukel Physik in unserer Zeit **26** (1995), Heft 1, 41-42
- [4] **Devaux, P. et al.:** Cross-camera tracking and frequency analysis of a cheap SlinkyWilberforce pendulum, Emergent Scientist **3**, 1 (2019)

direkter link: www.edp-open.org/articles/emsci/pdf/2019/01/emsci180003.pdf

Zwei Videos, welche das dynamische Verhalten des Federpendels von Valett demonstrieren, finden Sie unter www.ucke.de/Federpendel-Valett_30fps.mp4 und www.ucke.de/Federpendel3-Valett_30fps.mp4

Biografische Notiz Jochen Valett

	<p>Jochen Valett</p> <p>*05.05.1922 † 10.01.2014</p> <p>Studium der Elektrotechnik und Physik sowie Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Windenergietechnik; Holzbildhauer und Metallgestalter. In den vielen Jahren künstlerischer Arbeit mit Holz und Stahl entstanden zahlreiche Objekte, Spielzeuge und Baukunstwerke.</p> <p><i>Mit den folgenden Links findet man einen Überblick der Kreationen von Jochen Valett:</i></p>
<p>Jochen Valett im Jahre 2007 copyright H. J. Schlichting</p>	<p>www.valett-design.de und www.valett-art.de</p>