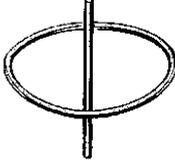
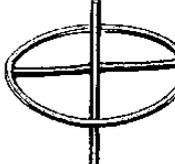
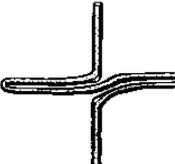
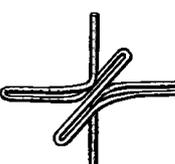
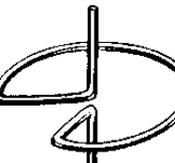
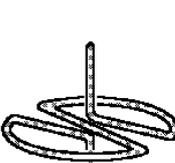
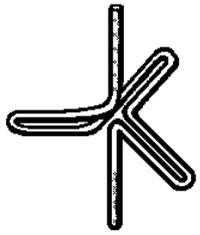
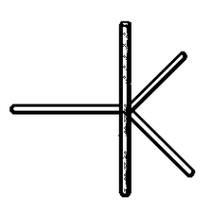
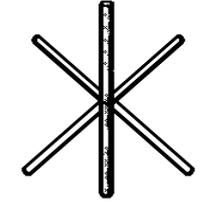


Vergleich der Trägheitsmomente verschiedener Konstruktionen von Büroklammerkreiseln

Die für den Kreisel in der Ebene senkrecht zur Achse zur Verfügung stehende Drahtlänge (ohne die Achse) sei l ; die Dichte pro Längeneinheit ρ . Die Länge der Achse ist beliebig. Dann ergeben sich folgende Trägheitsmomente bezüglich der senkrechten Achse (z-Achse):

 <p>1</p>	<p>$r_1 = l/2\pi$ $m_1 = \rho \cdot l$ und $I_1 = m_1 \cdot r_1^2 = 0,0253 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>freischwebender Kreisring mit Achse in der Mitte</p> <p>maximal denkbare Trägheitsmoment, aber Konstruktion nicht möglich</p>
 <p>2</p>	<p>die Drahtlänge l teilt sich auf zwei Speichen und den Ring auf, d.h. $2r_2 + 2\pi r_2 = l$ bzw. $r_2 = l/(2 + 2\pi) = 0,121 \cdot l$</p> <p>für eine Speiche: $m_2 = \rho \cdot r_2 = 0,121 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_s = m_2 \cdot r_2^2/3 = 0,00059 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>für den Ring: $m_r = \rho \cdot 2\pi r_2 = 0,759 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_r = m_r \cdot r_2^2 = 0,0111 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>und für das ganze Trägheitsmoment: $I_2 = 2 \cdot I_s + I_r = 0,0123 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion nur möglich mit Zerschneiden des Drahtes und Löten o.ä.; Kreisel unsymmetrisch</p>
 <p>3</p>	<p>hier sind 4 Speichen (2 Doppelspeichen), d.h. $r_3 = 0,25 \cdot l$ bzw.</p> <p>für eine Speiche $m_3 = \rho \cdot r_3 = 0,25 \cdot \rho \cdot l$</p> <p>für das ganze Trägheitsmoment $I_3 = 4 \cdot m_3 \cdot r_3^2/3 = 0,0208 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich, aber instabiler Kreisel, da $I_z =$ mittleres Moment</p>
 <p>4</p>	<p>hier sind 8 Speichen (4 Doppelspeichen), d.h. $r_4 = 0,125 \cdot l$ bzw.</p> <p>für eine Speiche $m_4 = \rho \cdot r_4 = 0,125 \cdot \rho \cdot l$</p> <p>für das ganze Trägheitsmoment $I_4 = 8 \cdot m_4 \cdot r_4^2/3 = 0,0052 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; Kreisel läuft aber nur bei hohen Drehzahlen stabil, da relativ kleines Trägheitsmoment.</p> <p>Kreisel symmetrisch</p>
 <p>5</p>	<p>der Winkel β zwischen den Speichen beträgt $\beta = 53,13^\circ = 0,927\text{rad}$; der Radius r_5 ergibt sich aus: $l = (2\pi - \beta) \cdot r_5 + 2r_5$, d.h. $r_5 = 0,136 \cdot l$</p> <p>für eine Speiche $m_5 = \rho \cdot r_5 = 0,136 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_s = m_5 \cdot r_5^2/3 = 0,00084 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>für den Ringteil: $m_r = \rho \cdot (2\pi - \beta) \cdot r_5 = 0,728 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_r = m_r \cdot r_5^2 = 0,0135 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>und für das ganze Trägheitsmoment: $I_5 = 2 \cdot I_s + I_r = 0,0152 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; größtes Trägheitsmoment bei gegebener Drahtlänge (siehe aber Nr. 8), allerdings unsymmetrischer Kreisel</p>
 <p>6</p>	<p>der Winkel β zwischen den Speichen beträgt $\beta = 33,69^\circ = 0,588\text{rad}$; der Radius r_6 ergibt sich aus: $l = (2\pi - 2\beta) \cdot r_6 + 4r_6$, d.h. $r_6 = 0,110 \cdot l$</p> <p>für eine Speiche $m_6 = \rho \cdot r_6 = 0,110 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_s = m_6 \cdot r_6^2/3 = 0,00044 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>für die Ringteile: $m_r = \rho \cdot (2\pi - 2\beta) \cdot r_6 = 0,526 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_r = m_r \cdot r_6^2 = 0,0068 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>und für das ganze Trägheitsmoment: $I_6 = 4 \cdot I_s + I_r = 0,0086 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; Trägheitsmoment kleiner als im vorherigen Fall, aber symmetrischer Kreisel</p>

 <p>7</p>	<p>der Abstand zwischen der Drehachse und dem Kreismittelpunkt ist $e = 0,1225 \cdot r_7$ der Radius r_7 ergibt sich aus: $l = 2\pi \cdot r_7 + 2(r_7 - e)$, d.h. $r_7 = 0,124 \cdot l$</p> <p>für eine Speiche $m_7 = \rho \cdot (r_7 - e) = 0,109 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_s = m_7 \cdot r_7^2 / 3 = 0,0006 \cdot \rho \cdot l^3$ für den Kreis: $m_r = \rho \cdot 2\pi \cdot r_7 = 0,779 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_r = m_r \cdot r_7^2 + m_r \cdot e^2 = 0,0122 \cdot \rho \cdot l^3$ und für das ganze Trägheitsmoment: $I_7 = 2 \cdot I_s + I_r = 0,0134 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; Kreiselachse stimmt nicht überein mit Mittelpunkt des Kreisringes Kreisel unsymmetrisch</p>
 <p>8</p>	<p>der Abstand zwischen der Drehachse und dem Kreismittelpunkt ist $e = 0,069 \cdot r_8$ der Radius r_8 ergibt sich aus: $l = 2\pi \cdot r_8 + r_8 - e$, d.h. $r_8 = 0,1386 \cdot l$</p> <p>für die Speiche $m_8 = \rho \cdot (r_8 - e) = 0,0696 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_s = m_8 \cdot r_8^2 / 3 = 0,0013 \cdot \rho \cdot l^3$ für den Kreis: $m_r = \rho \cdot 2\pi \cdot r_8 = 0,871 \cdot \rho \cdot l$ bzw. $I_r = m_r \cdot r_8^2 + m_r \cdot e^2 = 0,0209 \cdot \rho \cdot l^3$ und für das ganze Trägheitsmoment: $I_7 = 2 \cdot I_s + I_r = 0,0222 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; Kreiselachse stimmt nicht überein mit Mittelpunkt des Kreisringes; größeres Trägheitsmoment als unter Nr. 5! Kreisel unsymmetrisch</p>
 <p>9</p>	<p>hier sind 6 Speichen (3 Doppelspeichen) im Winkel von 120°, d.h. $r = 0,167 \cdot l$ bzw.</p> <p>für eine Speiche $m = \rho \cdot r = 0,167 \cdot \rho \cdot l$ für das ganze Trägheitsmoment $I = 6 \cdot m \cdot r^2 / 3 = 0,0092 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; größeres Trägheitsmoment als unter Nr. 6! Kreisel symmetrisch</p>
 <p>10</p>	<p>hier sind 3 - einfache - Speichen im Winkel von 120°, d.h. $r = 0,333 \cdot l$ bzw.</p> <p>für eine Speiche $m = \rho \cdot r = 0,333 \cdot \rho \cdot l$ für das ganze Trägheitsmoment $I = 3 \cdot m \cdot r^2 / 3 = 0,0379 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion nur möglich mit Zerschneiden des Drahtes und Löten o.ä.; Kreisel symmetrisch</p>
 <p>11</p>	<p>hier sind 4 - einfache - Speichen, d.h. $r = 0,25 \cdot l$ bzw.</p> <p>für eine Speiche $m = \rho \cdot r = 0,25 \cdot \rho \cdot l$ für das ganze Trägheitsmoment $I = 4 \cdot m \cdot r^2 / 3 = 0,0208 \cdot \rho \cdot l^3$</p> <p>Konstruktion nur möglich mit Zerschneiden des Drahtes und Löten o.ä.; Kreisel symmetrisch;</p>
 <p>12</p>	<p>Berechnung noch nicht durchgeführt</p> <p>Konstruktion ohne Zerschneiden des Drahtes möglich; Kreisel symmetrisch?</p>